LE
v.
nea
9
VITTORIO EM. III

FONDO PIZZOFALCONE

NAZIONALE
BIBLIOTECA
B. Prov.
Miscellanea
B
60
379
VITTORIO EM. III
NAPOLI

BIBLIOTECA PROVINCIALE
mis. B 60 - 379
Armadio
Palchetto
Num.° d' ordine 11 . 21210

RECHERCHES

MÉCANIQUES

SUR

LA THÉORIE DU TIRAGE

DES VOITURES,

Ou Application des Principes de la Mécanique à cette même Théorie,

Par JOSEPH ODDI, Romain,

Professeur de Mathématiques à l'Archi-gymnase de Rome.

A PARIS,

Chez COURCIER, Imprimeur-Libraire pour les Mathématiques, quai des Augustins, n° 57;

FANTIN, Libraire, quai des Augustins, n° 55;

Mme HUZARD, Imprimeur-Libraire rue de l'Eperon.

1806.

RECHERCHES

MÉTHODIQUES

SUR LA THÉORIE DU TIRAGE.

L'EXAMEN de la manière de charger les voitures et d'y atteler les animaux, pour que leurs forces soient employées avec le plus grand avantage possible, appartient sans contredit à l'art vétérinaire et à la mécanique; mais aucun vétérinaire n'a particulièrement traité cette théorie, ni aucun mathématicien, que je sache, n'a appliqué directement à ce même examen les principes de la mécanique même; et tout ce que l'on trouve dans quelques Mémoires de l'Académie des Sciences, qui peut y avoir du rapport, me paraît très-imparfait, et non pas rigoureusement démontré, comme je ferai voir dans mes notes; et d'ailleurs les jeunes vétérinaires ne sauraient

rien tirer de ces Mémoires, qui leur fût utile dans la pratique : c'est pourquoi j'ai tâché de traiter cette théorie d'une manière très-facile, et ne faisant usage que des principes les plus simples de la Mécanique élémentaire. Comme ce petit travail n'est que le fruit de quelques momens d'oisiveté, que me laissent les études et les occupations dont mon Gouvernement m'a chargé, j'en serai assez dédommagé s'il peut servir pour occuper les jeunes vétérinaires dans quelques momens aussi de leur oisiveté.

Pour procéder avec méthode, j'examinerai premièrement les voitures à deux roues, ensuite celles à quatre ; et dans l'une et l'autre espèce, je considérerai *primo* la voiture placée sur un plan horizontal ; *secundo*, sur un plan incliné par lequel elle monte ; *tertio*, sur un plan incliné par lequel elle descend.

Des Voitures à deux roues, sur un plan horizontal.

1. Je ne considérerai que les voitures traînées par un cheval, telles que les cabriolets, plusieurs espèces de charrettes, etc. ; car il sera facile d'appliquer ce que nous dirons sur celles-ci aux voitures à deux roues, qui ont

un timon, et auxquelles on attèle deux animaux : or on sait que dans lesdites voitures à un cheval, les brancards font partie de la voiture même, et que celle-ci est soutenue par un essieu dont les extrémités arrondies en forme de cylindre ou de cône tronqué, sont reçues dans le creux des moyeux des roues. Pendant donc que le cheval tire, l'essieu est forcé de suivre la direction de sa marche, et parconséquent les roues doivent nécessairement avancer ; mais comme elles sont toujours placées sur un plan sur lequel elles éprouvent du frottement, au lieu de glisser, elles rouleront sur le même plan, et partant les moyeux souffriront eux-mêmes, dans leur intérieur, un frottement autour des extrémités de l'essieu. C'est pour cela que le cheval, pour traîner la voiture, devra nécessairement surmonter la résistance produite par ce double frottement. Il me paraît inutile d'avertir ici que le frottement de l'intérieur des moyeux est de la première espèce, attendu que la même partie de l'essieu correspond toujours à différentes parties du moyeu, et que le frottement des roues sur le terrein est de la seconde espèce.

2. On sait pareillement comment on attèle le cheval à ces espèces de voitures ; c'est-à-

dire, par le moyen de la dossière ; on fait appuyer les brancards sur la sellette ou sur le dos du cheval, et on le fait tirer à l'aide des traits formés de cordes, ou de chaînes, ou de cuir, dont une extrémité est attachée à quelque point des brancards ou à une partie quelconque de la voiture, et l'autre aboutit au collier ou à la bricole, c'est-à-dire à la partie du poitrail du cheval avec laquelle il tire. Or il est facile de prouver que ce n'est pas la direction des brancards, mais celle des traits qui doit nous conduire pour calculer la force que le cheval exerce contre la voiture ; car en considérant la voiture comme
Figure Ière. un corps résistant A, placé sur un plan SU, soit que les brancards que je suppose faire une partie du corps A, et que je supposerai toujours réunies en une seule ligne, aient la direction NB ou NK ; et en conséquence que les traits que je supposerai aussi réunis en un seul, soient attachés ou au point O des brancards NB, ou au point P des brancards NK, pourvu que la direction des traits soit toujours la même HOP, la puissance agira toujours de la même manière sur le corps A : et en effet, ayant mené des points O et P, les droites OX, PZ parallèles au plan SU, l'une et l'autre de ces droites représentera la

direction par laquelle le corps *A* résiste au mouvement. Puisque donc les angles *HOX*, *HPZ* sont égaux, les traits agiront également sur le corps *A*, ou qu'ils soient attachés en *O* ou en *P*; d'où il résulte évidemment qu'il ne faut faire attention qu'à la direction des traits pour calculer l'action du cheval sur la voiture. Or le cheval peut être attelé de trois manières à ces sortes de voitures : *primo*, que les traits soient tendus dans une direction parallèle à l'horizon; *secundo*, dans une direction qui soit au-dessus de l'horizontale; *tertio*, dans une direction qui en soit au-dessous : nous allons examiner ces différens cas.

PREMIER CAS.

3. Que *SU* représente le profil du plan horizontal sur lequel est placée la voiture dont il s'agit; *QHE* la roue de la même voiture, ou si l'on veut, les deux roues réunies ensemble au milieu de l'essieu, dont le centre soit *C*, et enfin la droite *AX* parallèle à la *SU* soit la direction des traits dont une extrémité est attachée au point *X* des brancards *LB*, et l'autre au point *A* de la bricole ou du poitrail du cheval, et soit *B* l'endroit où les brancards appuient sur la dossière. Si l'on Figure IIe.

suppose d'abord que le centre de gravité du fardeau et de toutes les parties de la voiture ensemble soit placé de manière que la ligne de sa direction passe par le point C, autour duquel la voiture pourrait avoir un mouvement de rotation; et en conséquence par le point H du contact, on concevra facilement que la voiture sera en équilibre; car la résultante de toutes les forces passe par les points d'appui C et H. De là il résulte que lorsque le cheval tire il ne doit que surmonter la résistance de ce double frottement, dont nous avons parlé tout-à-l'heure, pour se mettre en équilibre avec cette voiture, et le surplus de force musculaire qu'il pourra ou qu'il voudra déployer, servira pour communiquer à la voiture une certaine vîtesse, ou pour lui faire parcourir un espace XA dans un temps donné. J'observe que dorénavant j'appellerai toujours poids de la voiture le poids du fardeau et de toutes les autres parties, à l'exception des roues, et poids total de la voiture, lorsque le poids des roues y sera compris (*a*).

(*a*) M. Couplet, dans un mémoire de l'Acad. pour l'année 1733, sur le tirage des charrettes, considère le rayon d'une roue qui aboutit au terrain, comme un levier ayant le point d'appui sur le terrain même, et à l'extrémité duquel est appliquée la puissance qui

4. Si on appelle P le poids de la voiture, cette même quantité P représentera et la pression produite en C dans l'intérieur des moyeux, et la pression produite en H par le poids même de la voiture; si donc on ajoute à cette dernière pression le poids des roues, que j'appellerai R, la pression entière en H sera $P+R$, et partant, en supposant que la résistance du frottement de la première espèce soit $\frac{1}{m}$ de la pression, et celle de la seconde espèce en soit $\frac{1}{n}$, la formule $\frac{P}{m}+\frac{P+R}{n}$ représentera la somme des résis-

---

tire, et de ce principe il déduit tous ses théorèmes et ses problèmes. Quoique ce principe ait l'apparence d'une vérité, cependant, en examinant avec attention ce qui se passe dans une charette lorsqu'elle est tirée, il me paraît qu'il est faux, et qu'en conséquence il ne peut pas servir de base à une théorie. En effet, lorsqu'une charrette commence à être mise en mouvement, au rayon de la roue qui d'abord appuyait sur le terrein en succède un second, un troisième, etc., et parconséquent le centre de gravité du fardeau et de la voiture est toujours soutenu, ensorte que l'on peut considérer la voiture comme un corps que l'on fait glisser sur un plan, lequel plan est précisément le développement, pour ainsi dire, de la roue. La puissance donc n'exerce sa force que sur un corps placé sur un plan suivant la direction duquel il doit être mû, et dans cette action il est clair qu'il n'y a rien qui puisse se rapporter au lévier, et il n'y a qu'une simple traction.

tances des frottemens que le cheval doit vaincre dans le cas dont il s'agit.

5. Supposons maintenant que la susdite ligne de direction passe par le point O situé entre le point C et le point B. Dans ce cas, en représentant par K le poids de la voiture, et imaginant que la même direction coupe en N l'horizontale, pour l'équilibre il faudra en B une puissance que j'appellerai Z, qui tire en haut par la direction verticale BR, et telle qu'ayant prolongé sa direction à l'horizontale en D, il y ait la proportion $DH:NH=K:Z$: or le cheval soutenant la voiture dans l'endroit B par le moyen de la dossière, cette même partie B joue le rôle de la puissance Z. On pourra donc dire que dans ce cas le dos du cheval doit soutenir un fardeau qui est au poids K comme HN à HD, et en conséquence que ce fardeau est plus ou moins fort, que le point N est plus ou moins près du point D, supposant constante la distance HD.

6. Enfin, que la même ligne de direction passe par le point P au-delà du point C, en coupant en S l'horizontale, et que M représente comme ci-dessus le poids de la voiture. Dans ce cas, pour l'équilibre, il faudra au point B une puissance Z qui tire en bas par la verticale BD, et qui soit telle qu'il y ait l'analogie $HD:HS=M:Z$, et comme le cheval

maintient sa voiture en équilibre à l'aide de la souventrière, il est clair qu'avec la partie de son ventre qui correspond à la souventrière même, il doit faire résistance à une force *Z* qui tente de le soulever et qui est au poids *M* dans ladite raison, et qui est en conséquence d'autant plus grande que le point *S* est plus éloigné du point *H*, la distance *HD* étant constante.

7. Nous avons supposé dans l'article précédent que la dossière et la souventrière sont attachées au même endroit *B* des brancards, comme il est de coutume; mais si la souventrière, par exemple, est attachée à un autre point *I*, il est visible que la démonstration sera la même pour le point *I* que pour le point *B*.

8. Dans le cas de l'article 5e, on conçoit que le cheval ne pourra pas si facilement relever les extrémités antérieures, et en conséquence si bien embrasser le terrein comme dans le cas de l'article 3e, et que dans le cas de l'article 6e le cheval étant soutenu ne pourra pas faire un fort et ferme appui avec ses extrémités, et que cet appui sera d'autant plus ou moins vacillant que le cheval sera plus ou moins soutenu; d'où l'on conclut que la manière de charger ces voitures, comme nous avons supposé dans l'article 3e, est la plus avantageuse ou la moins gênante pour le cheval.

9. Pour déterminer dans les deux derniers cas des directions ON et PS, les expressions des résistances des frottemens à vaincre par le cheval, je dois rappeler le principe suivant de la Mécanique élémeutaire, qui, comme on le verra, n'est qu'un corollaire d'un principe plus général, c'est-à-dire que les directions de trois forces ou pressions placées sur un même plan étant parallèles et en équilibre, deux d'ent'elles sont toujours en raison réciproque de la distance de la direction de ces mêmes forces à la direction de la troisième. Cela posé, dans le cas de l'article 5e la pression que souffrent le point C et le point H sera au poids K comme ND à DH, et dans le cas de l'article 6°, la pression des mêmes points sera au poids M comme DS à DH; la pression donc produite en C et en H par le poids P de la voiture, sera exprimée par $\frac{P.ND}{DH}$ dans le premier cas, et par $\frac{P.DS}{DH}$ la même pression dans le second cas, et parconséquent la somme des résistances des frottemens dans le premier cas sera exprimée par $\frac{P.ND}{mDH} + \frac{P.ND}{nDH} + \frac{R}{n}$, et par $\frac{P.DS}{mDH} + \frac{P.DS}{nDH} + \frac{R}{n}$ la même somme dans le second cas (*b*).

(*b*) Pour déterminer ces deux dernières formules

10. Puisque *DS* est toujours plus grande que *DN*, il est clair que dans le cas de l'article 6e le cheval doit vaincre une plus forte résistance produite par un plus grand frottement, ce qui est un nouvel inconvénient, et que, au contraire, dans le cas de l'article 5e, le cheval ayant moins de résistance à vaincre, est en quelque sorte dédommagé de l'inconvénient dont nous y avons parlé.

11. Il vaut donc toujours mieux de charger la voiture plus en avant qu'en arrière, et on

---

et celle de l'article 4, nous avons supposé que la pression de l'essieu se fait sur la partie inférieure du moyeu, ce qui n'a pas de difficulté, tout étant en équilibre dans tous ces cas. Mais on dira peut-être que la voiture étant en mouvement, ladite pression change de place, car alors le centre de l'essieu étant tiré en avant par le mouvement de la voiture, et en même temps en bas par le poids du fardeau, doit presser le moyeu suivant une direction qui est entre lesdites directions. Cela serait vrai si le moyeu était fixe; mais comme dès que la pression commence à se faire en avant du diamètre vertical du moyeu, celui-ci cède et tourne, il est clair que c'est toujours sur la partie inférieure du moyeu que la pression se fait, et enconséquence les formules précédentes servent aussi pour la voiture en mouvement, si ce n'est peut-être que dans le mouvement l'on doit changer les quantités *m* et *n*, comme nous le verrons dans la suite.

la pourra charger ensorte que la direction du centre de gravité tombe d'autant plus ou moins près de la tête du cheval, que l'on reconnaît dans celui-ci plus ou moins de force de porter, en comparaison de la force de tirer (*c*).

12. En appelant F la force du cheval qui doit faire équilibre à la résistance des frottemens, nous aurons pour les trois directions du centre de la gravité CH, ON, PS les équations suivantes :

$$\frac{P}{m}+\frac{P+R}{n}=F,\quad \frac{P.ND}{mDH}+\frac{P.ND}{nDH}+\frac{R}{n}=F,$$

$$\frac{P.DS}{mDH}+\frac{P.DS}{nDH}+\frac{R}{n}=F,$$

lesquelles peuvent être utiles dans la pratique. Supposons, par exemple, que dans le cas de la direction ON, la force du cheval soit don-

---

(*c*) M. de la Hire dit, d'après quelques expériences, que la force des chevaux est plus avantageusement employée à tirer qu'à porter. Si cela est vrai, il vaudra toujours mieux de charger la voiture de manière qu'il n'y ait pas de compression sur le dos du cheval; mais comme dans ce cas la voiture serait élevée en montant, on est obligé de faire porter au cheval, sur la plaine, une partie du fardeau; cependant on peut faire ensorte qu'il en porte le moins possible sans que la voiture soit élevée dans les plus fortes montées, par la méthode de l'article 41.

née, et que l'on connaisse les quantités m, n et R, on pourra trouver P par la deuxième équation, c'est-à-dire, le fardeau avec lequel le cheval fera équilibre; desorte que si on charge la voiture d'un fardeau un peu moindre que la quantité trouvée P, on est sûr que le cheval donné pourra traîner la voiture.

DEUXIEME CAS.

13. Dans ce cas et dans le suivant, je ne ferai pas attention à l'endroit par où passe la ligne de direction du centre de gravité; car à l'égard de cette ligne, et en conséquence à l'égard des résistances des frottemens, tout se passe de même dans ces deux cas comme dans le précédent : ce ne sera donc que la direction des traits qui dans ce cas et dans le suivant devra nous occuper. Soit pourtant SU l'horizon, XB la direction des brancards, qui, quelqu'elle soit, n'entre pas dans le calcul des forces (2), et enfin la XA placée au-dessus de l'horizontale XZ soit la direction des traits. Le cheval, avec la partie A de son poitrail, agit toujours suivant une direction AO horizontale; le point donc A des traits XA est tiré suivant la direction AO, ou supposant la droite OA prolongée vers P, le même point A est poussé suivant la di- Figure IIe.

rection PA. Que l'on exprime par EA la force avec laquelle le cheval pousse le point A, et supposons que cette force soit précisément la même que celle qu'il déploie dans le cas que les traits sont horizontaux, cette force pourra se décomposer en deux, EC, CA, dont la première EC normale à la AX, et qui parconséquent tend à comprimer les traits, est détruite, parceque les points A et X sont immobiles et fixes; l'autre CA est employée à la tension des mêmes traits; et partant si l'on prend sur la XA la partie $XD = CA$, cette XD représentera la force avec laquelle le point X de la voiture est tiré suivant la direction XD. On pourra pareillement décomposer cette force XD en deux DQ et XQ, dont la première DQ normale à l'horizon, et qui tend à soulever le point X, est détruite par le poids de la voiture, et l'autre XQ tire le point X suivant la direction horizontale XZ. De la force donc EA que le cheval déploie, il ne reste que la force XQ, qui se transmet à la voiture pour la faire actuellement avancer; et partant on pourra dire généralement que la force entière déployée par le cheval, est dans ce cas à celle qui se transmet à la voiture, comme EA à XQ, ou ce qui revient au même, que l'espace que le cheval fera

parcourir à la voiture dans le cas de AX horizontale dans un temps donné, sera à l'espace qu'il lui fera parcourir dans notre cas, comme EA à XQ, supposant toujours constante la force du cheval dans l'un et dans l'autre cas (*d*). Essayons d'exprimer géométriquement ce rapport, pour en tirer des conséquences utiles.

14. Les droites OP, ZX étant parallèles, les angles EAC, DXQ sont égaux; donc les triangles rectangles AEC, DXQ sont semblables, et donnent $AE : AC = DX : XQ$; mais.... $AC = DX$ par la construction; substituant donc AC à DX, on aura la proportion continue $AE : AC = AC : XQ$, et parconséquent $AE : XQ = (AE)^2 : (AC)^2$; mais si dans le triangle rectangle ACE on prend l'hypothénuse AE pour le rayon, la droite AC sera le sinus

---

(*d*) M. Camus est bien d'accord que la direction des traits la plus avantageuse est l'horizontale, car dans son Traité des Forces mouvantes il dit qu'il faut toujours mettre le palonnier à la hauteur du poitrail des chevaux; mais il n'en donne pas la démonstration comme nous l'avons fait, et pour toute raison il dit que quand les chevaux tirent avec des traits inclinés, cela leur appesantit les jarrets, parcequ'ils soulèvent et portent un peu la voiture, et que le cheval n'est pas si propre à porter qu'à tirer.

de l'angle AEC, ou le cosinus de l'angle CAE; on aura donc AE à QX comme le carré du sinus total au carré du cosinus de l'angle d'inclinaison des traits avec l'horizontale.

15. Le sinus total étant toujours plus grand que le cosinus d'un angle quelconque, on voit que quand même AE serait à QX comme le sinus total au cosinus de l'angle EAC, la direction XA serait toujours désavantageuse pour la puissance; mais puisque AE est à QX comme le carré du sinus total au carré du même cosinus, c'est-à-dire dans une plus grande raison, le même désavantage est réellement plus fort en pratique. Pour rendre ceci sensible par un exemple, que l'angle EAX soit de 10 degrés seulement, le carré de son cosinus sera 0.9698507361; la raison donc des carrés du sinus total et de ce cosinus, sera 1.0000000000 : 0.9698507361, ou à peu près 100 : 97, d'où l'on voit que malgré la petitesse de l'angle EAX, la puissance perd une partie bien sensible de sa force; et comme cette perte se renouvelle à chaque instant, il est visible que le cheval après deux ou trois heures de voyage, se trouvera bien plus fatigué qu'il ne le serait si la direction des traits avait été horizontale.

TROISIEME

TROISIEME CAS.

16. Soit pareillement *SU* l'horizon, *XB* la direction des brancards, *XA* qui est au-dessous de l'horizontale *XZ*, la direction des traits, et *A* la partie du poitrail avec laquelle le cheval agit. Que la droite *EA* représente comme ci-devant la force entière que le cheval déploie; en répétant la même construction que dans le cas précédent, on verra que la force *EC* se perd contre les traits, et la force *QD* qui, dans ce cas, agit verticalement en bas, se perd contre le terrain, et qu'enconséquence la force primitive sera à la force qui se transmet à la voiture, comme *AE* à *XQ*, ou comme le carré du sinus total au carré du cosinus de l'angle d'inclinaison *AXZ*. Fig. IVe.

17. De ce que nous avons démontré dans ces deux derniers cas, il est donc évident que tout petit qu'il soit, l'angle des traits avec l'horizontale, ou au-dessus de celle-ci, ou au-dessous, la puissance est toujours employée avec désavantage, et que parconséquent la direction des traits la plus favorable au cheval est l'horizontale. On devrait donc atteler le cheval à la voiture de manière, que quelque fût la direction des brancards, les traits eussent toujours une direction horizontale; mais puis-

qu'on est obligé dans la pratique d'atteler à la même voiture des chevaux de différente taille, on pourrait établir à la voiture différens crochets plus ou moins haut, auxquelles on pût attacher les extrémités des traits pour pouvoir faire ensorte qu'ils fussent toujours dans une direction horizontale, quelle que fût la taille du cheval (*e*).

(*e*) M. de Parcieux, dans un Mémoire de l'Ac. pour l'année 1760, sur le tirage des chevaux, est d'un avis bien différent du nôtre par rapport à la direction des traits. Après avoir comparé la force de tirer des chevaux avec celle de l'homme, et après avoir couclu que le cheval, ainsi que l'homme, agit bien plus par son poids que par sa force musculaire, il établit que la direction des traits la plus favorable au tirage doit être au-dessus de l'horizontale, et il affirme avoir trouvé par l'expérience, que cette même direction doit former un angle d'environ 15 degrés avec l'horizon. Je n'examinerai pas s'il s'est bien pris dans la considération de la force de l'homme contre un fardeau; ni les raisons qu'il apporte pour descendre de l'homme au cheval, ni enfin si son expérience a été bien faite et assez répétée; je considérerai seulement le cheval marchant au pas et au trot, qui sont les allures les plus ordinaires pour les voitures, et je ferai voir que dans ces allures le cheval ne fait que porter sa masse en avant sans s'appesantir sur les traits. Dans l'allure au pas, on sait que les extrémités antérieures, ainsi que les postérieures, ne se trouvent jamais en l'air en même temps, mais

18. De deux directions obliques des traits, celle dont nous venons de parler me paraît la plus désavantageuse, car dans l'un et dans l'autre cas, la force *EC* est détruite; mais dans le cas de la direction ascendante, la force *DQ* tend à élever la voiture, et dans le cas de la direction descendante la même force tend à la presser contre terre. La voiture étant donc un

F. III et IV.

---

que dès qu'une d'elles commence son appui, l'autre se lève. Cela étant, la partie tant antérieure que postérieure de la masse du cheval est toujours soutenue, et en conséquence la masse entière ne fait que se porter en avant et horizontalement. Dans le trot ordinaire, la masse du cheval est portée toujours ou par le diagonal droit ou par le diagonal gauche, et ce n'est que dans le trot imparfait que la masse du cheval reste un moment en l'air. Dans la première sorte de trot la masse du cheval, ainsi que dans le pas, ne fait que se porter en avant; dans l'autre sorte, le diagonal droit, par exemple, qui se détache de terre un moment avant que l'autre fasse son appui, ne fait que pousser en avant la masse du cheval, comme dans le trot ordinaire. De tout cela il suit qu'on peut bien considérer le cheval comme un corps doué d'une certaine vîtesse, ou ayant une certaine quantité de mouvement qu'il ne fait que communiquer à la partie antérieure de la bricole, et de là aux traits suivant la direction de sa marche, comme il la communiquerait à un obstacle qui s'opposerait à son mouvement, et c'est ce que nous avons supposé dans notre démonstration.

peu soutenue dans le premier, et un peu pressée dans le dernier cas, le frottement qui est toujours dans une certaine raison de la pression, sera plus fort dans ce cas que dans le précédent, et en conséquence, tout égal d'ailleurs, la direction descendante des traits sera plus désavantageuse pour le cheval que la direction ascendante.

19. Jusqu'ici nous n'avons considéré la direction des traits que par rapport à l'horizon; mais il faut la considérer aussi par rapport à la ligne suivant laquelle le cheval marche. Les lignes Fig. Ve. QN, OS représentent les brancards de la voiture, AB, CQ les traits, et SU la direction de la marche du cheval. Comme celui-ci agit sur les points A et C des traits AB, CQ, et suivant la direction SU, où il pousse les points A et C suivant la même direction, on pourra représenter la force avec laquelle le cheval pousse le point A par une droite EA parallèle à SU; en décomposant cette force en deux ED, DE, l'une ED, perpendiculaire à BA sera détruite, et l'autre DA produira la tension du trait AB; en prenant donc sur celui-ci $BF = DA$, la même BF représentera la force avec laquelle le point B de la voiture est tiré par la direction BA; que l'on décompose maintenant la force BF en deux, BM parallèle à

SU, et *MF* normale à *BM*; cette dernière *FM* sera parfaitement détruite, et la seule *BM* sera la force avec laquelle le point *B* est tiré par la direction *BM*, ou suivant la direction du cheval, ou, ce qui est la même chose, *BM* représentera la force que le cheval transmet au point *B*. Or en raisonnant sur les triangles *ADE*, *FMB*, comme nous avons fait dans l'article 14, nous trouverons aussi *AE* à *BM* comme le carré du sinus total au carré du sinus de l'angle *AED*, d'où l'on voit que dans ce cas la force que le cheval déploie est à celle qu'il communique au point *B* de la voiture pour la faire avancer, comme le carré du sinus total au carré du cosinus de l'angle formé par la direction des traits avec la direction de la marche du cheval.

20. En attelant donc le cheval à la voiture, il faut faire ensorte, autant qu'on le peut, que la direction des traits soit parallèle et à la direction de la marche du cheval, et à l'horizon.

21. Quoique la direction des brancards ne contribue nullement à la force de la puissance, il faut néanmoins observer que dans une même voiture leur différente direction fait changer de place à la direction du centre de gravité. Soit *Z* le centre de gravité du poids de la voiture, et *ZX* sa distance de la direction *CB* des Fig. VI.

brancards ; il est clair que lorsque CB est parallèle à l'horizon SU, la direction du centre de gravité est la même ligne ZX, et CX sa distance du centre C des roues ; mais lorsque CB fait un angle C avec l'horizontale CM, la direction ZO du même centre de gravité fait un angle $Z = C$ avec la droite ZX, et sa distance au centre C devient OC, et de plus en supposant que CB soit au-dessus de CM, la direction ZO coupera la CB en un point E entre les points X et C. Que l'on appelle D et A les distances connues ZX et CX, et d l'angle Z ou C. Dans le triangle rectangle ZXE, en prenant ZX pour l'unité, nous aurons . . . . . $1 : \text{tang } d = D : XE$; d'où l'on tire $XE = D$. tang d, et partant $CE = A - D \text{ tang } d$; or les triangles semblables OCE, ZXE donnent $ZE : ZX = EC : OC$, ou $\sec d : 1 = A - D$. tang $d : OC$, d'où l'on a $OC = \frac{A - D \text{ tang } d}{\sec d}$, ou en substituant $\frac{\sin d}{\cos d}$ à tang d et $\cos d$ à $\frac{1}{\sec d}$, $OC = A \cos d - D \sin d$, et voilà une formule bien simple pour trouver la distance de la direction ZO du centre C dans la position CB des brancards.

22. La quantité $A \cos d$ étant moindre que la quantité A, à plus forte raison la quantité $A \cos d - D \sin d$ le sera, et partant l'angle C

étant formé au-dessus de l'horizontale CM, comme nous l'avons supposé dans la construction, la distance CO est toujours moindre que CX, et d'autant moindre que l'angle C augmente, desorte que cette distance devient nulle lorsque $D \sin d = A \cos d$, ou lorsque $A \cos d - D \sin d = 0$, et dans ce cas on aura $\frac{\sin d}{\cos d} = \frac{A}{D}$, ou tang $d = \frac{A}{D}$; en divisant donc la quantité donnée A par la quantité donnée D, le quotient cherché dans la table des tangentes nous donnera l'angle des brancards avec l'horizontale sous lequel la direction du centre de gravité passe par C, et si on augmente encore ce dernier angle, la direction même passera au-delà du point C, car dans ce cas la quantité $A \cos d - D \sin d$ devient négative.

23. En supposant l'angle d formé au-dessous de l'horizontale CM, le sin d deviendra négatif, et partant la quantité $-D \sin d$ deviendra positive, et comme dans ce cas le cos d reste toujours positif, la formule pour l'angle des brancards fait au-dessous de l'horizontale, sera $A \cos d + D \sin d$, et partant la formule générale qui représente la distance de la direction du centre de gravité du point C sous un angle quelconque des brancards avec l'horizontale, sera $A \cos d \pm D \sin d$, et cette même formule

pourra aussi servir pour le cas que le centre Z tombe au-dessous de CB, et que le point X soit au-delà du point C, en faisant dans le premier cas la quantité D négative, et A négative dans le second cas.

24. Pour tirer quelque utilité des considérations précédentes, supposons que la taille d'un cheval soit telle, que l'ayant attelé à la voiture, l'angle C soit d'un nombre connu de degrés au-dessus de l'horizontale, et que l'on veuille que la direction du centre de la gravité passe à la distance donnée f du point C, ou pour que le cheval ressente une juste pression en B, ou pour que la même ligne de direction ne tombe au-delà du point C dans les plus grandes montées. Dans ce cas, on devra faire $A\cos d - D\sin d = f$, d'où l'on déduira $A = \frac{f + D\sin d}{\cos d}$, ce qui donne la distance CX, à laquelle doit tomber la droite ZX, menée perpendiculairement sur BC, pour avoir l'effet desiré.

Des Voitures à deux roues, sur un plan incliné par lequel elles montent.

25. Quoique dans une voiture placée sur un plan horizontal, l'essieu exerce sa pression sur la partie inférieure du moyeu; néanmoins

nous avons supposé que cette pression se fait au centre de l'essieu même ; car une telle supposition ne change rien aux démonstrations précédentes ; mais dans une voiture placée sur un plan incliné, cette supposition nous induirait en erreur, puisque ladite pression se fait ailleurs; et c'est de la détermination du point précis où la pression a lieu, que dépend la démonstration de tout ce que nous allons exposer, comme on le verra clairement. Soit donc *SU* le plan horizontal, *SN* le plan incliné sur lequel est placée la voiture : que le cercle *HQD* représente la roue, ou les deux roues réunies, le cercle concentrique *OXP*, la périphérie du moyeu, le cercle intérieur qui touche en *O* ce dernier, la périphérie de l'essieu, et enfin la droite *CB* la direction des brancards. Quelle que soit la distance de la direction du centre de gravité, du centre *C* de l'essieu, qu'on exprime par *CU* normale à l'horizon la force avec laquelle le point *C* tend à descendre. En décomposant cette force à l'ordinaire en *HU* et *CH*, il est clair que si le cheval fait une force égale à *HU*, il empêchera bien que le point *C* de l'essieu ne descende le long du plan incliné ; mais au même point *C* restera toujours la force *CH* avec laquelle il comprime le plan *SN*; il est

Fig. VII.

donc évident que la pression de l'essieu sur le moyeu se fait dans le point *O* par où passe la perpendiculaire *CH*. En représentant pareillement par *CU* le poids des roues, il faudra au cheval une force proportionnelle à *HU*, pour empêcher que les roues descendent; mais les roues mêmes comprimeront le plan *SN* avec une force proportionnelle à *CH*. Pour que le cheval se mette en équilibre avec le poids total de la voiture, ou pour qu'il soit dans le cas de la faire monter, en augmentant sa force d'une petite quantité quelconque, il ne suffit pas que sa force soit égale à la somme des gravités relatives du poids de la voiture et du poids des roues; mais il doit de plus déployer une force égale à la résistance du frottement de la première espèce, lequel frottement a lieu dans le point *O* où la pression se fait, et la résistance du frottement de la seconde espèce, qui a lieu au point *H*. Pour déterminer donc la force du cheval nécessaire audit équilibre, il faut calculer les gravités relatives du poids de la voiture et du poids des roues, la résistance du frottement en *O*, et celle du frottement en *H*. Nous allons calculer tous ces élémens dans trois différens cas.

26. *Primo*, supposons que la direction du

centre de gravité passe par le centre A des roues, qui se confond sensiblement avec le centre C de l'essieu. En représentant par CU le poids P de la voiture, et appelant P' la pression qu'en souffre le point O, et I l'angle S d'inclinaison, on aura $P : P' = 1 : \cos I$, ce qui donne $P' = P \cos I$. Pareillement appelant R le poids des roues, et R' la pression qu'en souffre le point H, on aura $R' = R \cos I$, et puisque la pression en O se transmet au point H, la pression totale en H sera..... $P \cos I + R \cos I$, ou $(P + R) \cos I$, et partant la résistance du frottement de la première espèce, qui a lieu au point O, sera exprimée par $\frac{1}{m} P \cos I$, et celle de la seconde espèce qui a lieu au point H par $\frac{1}{n} (P + R) \cos I$, et leur somme par $\left(\frac{1}{m} P + \frac{1}{n}(P + R)\right) \cos I$. Imaginant toujours exprimé par CU le poids P de la voiture, ou le poids R des roues, on sait que la gravité relative du premier est $P \sin I$, et $R \sin I$ celle du second, et partant leur somme $(P + R) \sin I$; la force donc qu'il faudra au cheval, dans ce premier cas, pour se mettre en équilibre avec la voiture, doit s'exprimer par

$$\left(\frac{1}{m} P + \frac{1}{n}(P + R)\right) \cos I + (P + R) \sin I;$$

ou par

$$\left[\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)P+\frac{1}{n}R\right]\cos I+(P+R)\sin I.$$

27. *Secundo.* Que l'on suppose que ladite direction KM passe entre le point C et le point E, qui correspond à la dossière ; ayant prolongé CU jusqu'à l'horizontale US en L, et ayant abaissé sur US la perpendiculaire EF, par le principe de mécanique que nous avons cité dans l'article 9, nous aurons le poids P à la pression que souffre le point C, comme LF à MF, ou appelant P' cette pression en C, $P : P' = LF : MF$, d'où l'on tire $P' = \frac{P.MF}{LF}$; mais la pression en C est à la pression en O, comme $1 : \cos I$; appelant donc P'' cette pression en O, on aura..... $\frac{P.MF}{LF} : P'' = 1 : \cos I$, et partant $P'' = \frac{P.MF}{LF}\cos I$. Cette pression se transmettant au point H, et ce point soutenant de plus la pression des roues égale à $R\cos I$, la pression totale que souffre le point H, s'exprimera par

$$\frac{P.MF}{LF}\cos I+R\cos I,$$

ou par

$$\left(\frac{P.MF}{LF}+R\right)\cos I;$$

d'où il est facile de voir que la somme des

résistances des frottemens qui ont lieu aux points O et H, doit s'exprimer par

$$\frac{P.MF}{mLF}\cos I+\left(\frac{P.MF}{nLF}+\frac{R}{n}\right)\cos I,$$

ou par

$$\left(\frac{P.MF}{mLF}+\frac{P.MF}{nLF}+\frac{R}{n}\right)\cos I,$$

ou enfin par

$$\left[\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)P.\frac{MF}{LF}+\frac{1}{n}R\right]\cos I.$$

Or la pression en C étant $\frac{P.MF}{LF}$, la gravité relative du point C sera $\frac{P.MF}{LF}\sin I$, la gravité relative des roues étant donc toujours $R\sin I$, l'expression de la force que le cheval doit déployer, dans ce second cas, pour se mettre en équilibre avec la voiture, sera

$$\left[\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)P.\frac{MF}{LF}+\frac{1}{n}R\right]\cos I$$
$$+\left(P.\frac{MF}{LF}+R\right)\sin I.$$

28. *Tertio.* En supposant que la direction ZG passe en derrière du point C, avec un raisonnement semblable au précédent, on trouvera la force du cheval, qui fera équilibre avec la voiture exprimée par

$$\left[\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)P.\frac{FG}{FL}+\frac{1}{n}R\right]\cos I$$
$$+\left(P.\frac{FG}{LE}+R\right)\sin I.$$

29. En appelant F la force du cheval qui fait équilibre avec la voiture, nous pourrons former pour les trois cas différens, les équations suivantes :

$$\left[\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)P+\frac{1}{n}R\right]\cos I+(P+R)\sin I=F.$$

$$\left[\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)P.\frac{MF}{LF}+\frac{1}{n}R\right]\cos I+\left(P.\frac{MF}{LF}+R\right)\sin I=F.$$

$$\left[\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)P.\frac{FG}{LF}+\frac{1}{n}R\right]\cos I+\left(P.\frac{FG}{LF}+R\right)\sin I=F.$$

lesquelles peuvent être utiles dans la pratique. Pour en donner quelques exemples, supposons, *primo*, que dans le premier cas on connaisse la force du cheval qu'on veut atteler à la voiture, et que les quantités m, n, R et l'angle I étant aussi connus, on veuille savoir le poids P dont on peut charger la voiture; il n'y aura qu'à considérer dans la première équation la quantité P comme inconnue et en chercher la valeur, ce qui étant fait on aura

$$P=\frac{F-\frac{1}{n}R\cos I-R\sin I}{\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)\cos I+\sin I}$$

et si l'on veut que le cheval soit dans le cas de faire marcher la voiture, il suffira de la charger d'un fardeau moindre que la quantité trouvée P.

BIBLIOTECA

Secundo que dans le premier cas même la force F soit aussi connue, ainsi que les quantités m, n, R et P, et que l'on veuille déterminer l'angle I d'inclinaison dans le cas d'équilibre; que dans la même première équation on appelle A la quantité connue $\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)P+\frac{1}{n}R$, et B la quantité $P+R$, pour avoir l'équation plus simple $A\cos I+B\sin E=F$, dans laquelle ayant substitué $\sqrt{(1-\sin^2 I)}$ à $\cos I$, on aura $A\sqrt{(1-\sin^2 I)}+B\sin I=F$, ou $A\sqrt{(1-\sin^2 I)}=F-B\sin I$, d'où en carrant l'on a $A^2-A^2\sin^2 I=F^2-2FB\sin I+B^2\sin^2 I$, ou $A^2\sin^2 I+B^2\sin^2 I-2FB\sin I=A^2-F^2$,

$$\text{ou } \sin^2 I-\frac{2FB}{A^2+B^2}\sin I=\frac{A^2-F^2}{A^2+B^2},$$

ou enfin

$$\sin I=\frac{FB}{A^2+B^2}+\sqrt{\left(\frac{A^2-F^2}{A^2+B^2}+\frac{F^2B^2}{(A^2+B^2)^2}\right)},$$

L'angle I pour l'équilibre étant trouvé, nous serons sûrs que le cheval, de la force F pourra bien traîner la voiture sur toutes les montées qui font avec l'horizon un angle plus petit que l'angle I, et qu'il ne pourra pas la traîner dans les montées dont ledit angle est plus grand que I, ou qui lui est égal.

3o. En comparant entr'elles les équations précédentes, on voit que la quantité $\frac{MF}{LF}$ de la se-

conde étant toujours une fraction, et la quantité $\frac{FG}{LF}$ de la troisième étant toujours plus grande que l'unité, on voit, dis-je, que la force requise dans un cheval pour faire équilibre avec la voiture est la moindre possible dans le second cas, et la plus grande dans le troisième, et d'autant moindre dans le second cas que MF est plus petit que LF, et d'autant plus grande dans le troisième que FS est plus grande que LF. De là il suit que sur le plan incliné, ainsi que sur le plan horizontal, il vaut toujours mieux charger la voiture plus en avant du point C qu'en arrière.

31. Puisque à mesure que le sinus d'un angle augmente, son cosinus diminue, il est clair, par l'inspection même des équations supérieures, qu'en augmentant l'angle S d'inclinaison, la somme des résistances des frottemens diminue, à la vérité; mais qu'en revanche la gravité relative augmente; *et vice versâ*.

32. De ces mêmes équations on aurait pu déduire celles de l'article 12, qui ont lieu sur un plan horizontal, en supposant $\sin I = 0$, et par-conséquent $\cos I = 1$; dans cette supposition, la première, par exemple, de ces dernières devient $\frac{1}{m}P + \frac{1}{n}(P+R) = F$; qui est la première

mière de celle dudit article, et ainsi des autres.

33. Pour ce qui regarde la détermination de la force avec laquelle le dos E du cheval est comprimé, ou avec laquelle la souventrière tend à le soulever, tout est égal ici, comme dans les articles 3, 5, 6; il faut seulement observer que ce n'est pas autour du point C ou A, mais c'est autour du point O du contact, que la voiture pourrait avoir un mouvement de rotation; desorte que si la direction du centre de gravité passe par O, la voiture est en équilibre; si elle passe ou en avant ou en arrière, le point E est ou comprimé ou soulevé.

34. Si le cheval déploie une force plus grande que F, exprimée, par exemple, par $F+f$, la partie f de cette force, dont la direction fera un angle quelconque avec la normale CH, ne fera pas changer de place au point O de pression, comme on l'a prouvé à la note (b), pour les voitures placées sur un plan horizontal; mais cette force f fera seulement tourner les roues avec plus ou moins de rapidité, qu'elle est plus ou moins grande. Dans le mouvement donc, ainsi que dans le repos, la résistance des frottemens doit toujours être calculée dans les points O et H.

35. Jusqu'ici, dans le calcul des résistances des frottemens, je n'ai pas fait entrer les surfaces frottantes, et je n'ai fait attention qu'aux pressions; c'est parceque nombre d'expériences, exécutées par M. Coulomb, avec son ingénieuse machine, et exposées dans l'excellent Mémoire qui remporta le prix double de l'Académie des Sciences, pour l'année 1781, semblent prouver que le frottement ne dépend nullement de l'étendue des surfaces. On peut donc regarder les équations des articles 12 et 29 comme assez exactes; mais pour en faire usage en pratique, il faudrait déterminer au juste les rapports $\frac{1}{m}$ et $\frac{1}{n}$, ce qui est fort difficile. M. Coulomb a prouvé que le rapport $\frac{1}{m}$ dépend d'une infinité de circonstances, et varie prodigieusement. Le frottement, par exemple, du bois qui glisse à sec sur le bois, n'est pas le même dans les premiers momens du repos, qu'après quelques minutes, c'est-à-dire, ne parvient à son *maximum*, qu'après quelque temps; et alors il est proportionnel à la pression. Ce temps nécessaire pour que le frottement parvienne à son *maximum*, n'est pas constant; mais il varie, suivant la diversité des matières frottantes. Par exemple, dans le frottement qui a lieu entre le bois et le

métal, ce *maximum* n'arrive qu'après quatre ou cinq jours. Le frottement des métaux avec des métaux, est toujours le même, et dans le premier moment de repos, et après un temps quelconque; mais en ne considérant le frottement que lorsqu'il est parvenu à son *maximum*, la quantité $\frac{1}{m}$ varie encore, suivant la variété des matières frottantes; suivant leur état de repos et de mouvement; suivant que les surfaces frottantes sont ou avec ou sans enduit; suivant la qualité de cet enduit même; suivant que l'enduit s'est plus ou moins insinué; suivant que les surfaces ont glissé l'une sur l'autre plus ou moins de temps; suivant qu'on a un peu ébranlé le corps glissant ou non, etc., etc. Quelquefois même la résistance du frottement suit un rapport constant de la pression, jusqu'à de certaines limites, au-delà desquelles la même résistance a un autre rapport avec la pression.

36. Malgré les difficultés dont nous venons de parler, les innombrables expériences faites par M. Coulomb, et les résultats qu'il en tire lui ont fourni, dans tous les cas, des règles générales qu'il a appliquées très-utilement aux machines; mais ces règles ne peuvent nous servir dans les voitures, que jusqu'à un cer-

tain point, à cause du double frottement qui a lieu en même temps dans celles-ci. Il nous faudrait donc un homme de génie, qui à l'exemple de l'illustre Coulomb, entreprît un nouveau genre d'expériences sur les voitures mêmes, et non pas sur des modèles qui ne donnent presque jamais des résultats analogues à la pratique; qu'il variât ces expériences de toutes les manières possibles, en variant les matières dont est formé l'essieu ou le moyeu; en variant les enduits de leur emboîtement; en variant les fardeaux, les surfaces frottantes, et le diamètre même du moyeu et de l'essieu; en plaçant la voiture sur les différens pavés ou terreins qu'on peut rencontrer dans les chemins, etc., etc.; car de toutes ces expériences on pourrait bien déduire des règles dans la pratique, pour construire les voitures de la manière la plus avantageuse possible pour le tirage. Je sais bien que les expériences faites de la sorte, ne nous donneraient pas les rapports $\frac{1}{m}$ et $\frac{1}{n}$ séparément, et que parconséquent nous ne pourrions jamais recourir en pratique aux formules des articles 12 et 29, dont l'utilité a été démontrée dans les mêmes articles, par des exemples. Pour remédier à cet inconvénient, voilà comme on pourrait s'y prendre, à ce qui me semble. On fera

construire une roue de charrette, par exemple; dont la périphérie sera assez large, pour qu'étant placée verticalement sur un plan, elle ne puisse verser de nul côté, et dont le moyeu ne sera pas creusé; ensuite on fera passer par le centre du moyeu une verge de fer assez épaisse, et de telle longueur, qu'à ses extrémités, on puisse suspendre de part et d'autre de la roue, des poids égaux, que l'on pourra varier à son gré, pour produire sur la roue différentes pressions; ensuite on attachera aux deux extrémités de la susdite verge, deux cordes que l'on fera passer sur deux poulies, placées de manière au-devant de la roue, que les cordes mêmes soient parallèles entre elles, et à l'horizon, et l'on suspendra à leurs extrémités deux bassins d'égal poids. Alors en mettant dans ceux-ci des poids égaux, et en les augmentant toujours également, et par degrés, on trouvera quels sont les poids qu'on est obligé de mettre dans les bassins, pour faire sortir la roue du repos, ou pour surmonter la résistance de son frottement. Cela étant fait, on calculera la quantité $\frac{1}{n}$ de la manière suivante : soit A la somme des poids attachés à la verge, R le poids de la roue, B la somme des poids des bassins et des parties des cordes comprises entre ceux-ci et

les poulies, C la somme des poids mis dans les bassins; et ayant calculé la résistance du frottement des poulies autour des essieux, et la résistance produite par la rigidité des cordes, suivant les principes de M. Coulomb, que l'on appelle D la somme de ces résistances. Comme la quantité B concourt à vaincre le frottement de la roue, et comme la partie D du poids C est employée à surmonter le frottement des poulies et la rigidité des cordes, le poids qui détache la roue du repos, s'exprimera par $C+B-D$; puisque donc la pression de la roue est $A+R$, on aura.... $\frac{1}{n}=\frac{C+B-D}{A+R}$. En variant de plusieurs manières les pressions faites sur la roue, cette même méthode nous apprendra en même temps, si le frottement de la seconde espèce est dans un rapport constant des pressions, comme il est vraisemblable; et de plus, en répétant le même calcul avec une autre roue, si dans les voitures, la résistance des frottemens est en quelque rapport avec les surfaces frottantes : la quantité $\frac{1}{n}$ étant trouvée, nous aurons la valeur de m par l'une des équations de l'article 18. La première, par exemple, $\frac{P}{m}+\frac{P+R}{n}=F$, nous donne $m=\frac{nP}{nF-P-R}$: et pour appli-

quer cette formule à un cas particulier, supposons que l'on ait trouvé $n = 30$, ou que le frottement de la seconde espèce soit $\frac{1}{30}$ de la pression; que le poids P de la voiture soit de 3,000 livres, et de 100 livres le poids des roues; et qu'enfin l'expérience nous ait prouvé que pour détacher du repos la voiture, il a fallu un poids de 532 livres, ou que F est égale à 532 livres. Ayant substitué ces numéros dans la valeur de m, on aura $m = 7$, à-peu-près; d'où l'on déduirait que dans la voiture en expérience, la résistance du frottement de la première espèce, peut être évaluée à $\frac{1}{7}$ de la pression. On pourrait répéter l'expérience, en variant la matière de l'essieu, du moyeu, des enduits, etc., pour déterminer en quel cas la fraction $\frac{1}{m}$ est la moindre que dans tout autre cas, ce qui nous donnerait la construction la plus avantageuse possible d'une voiture.

37. En attendant que quelque physicien s'occupe de cette sorte d'expérience, pour la construction des moyeux et des axes des voitures, et pour la valeur du rapport $\frac{1}{m}$, on pourra faire utilement usage des expériences de M. Coulomb sur le frottement des axes, et des résul-

tats qu'il en a tirés : c'est pour cela que j'expose ici sommairement quelques-uns de ces résultats. Le frottement des axes de fer dans des boîtes de cuivre, est une quantité constante, non-seulement sous tous les degrés de pression, mais aussi sous tous les degrés de vîtesse, et c'est par ce principe, que dans mes calculs des frottemens, je n'ai pas fait attention non plus à la vîtesse du mouvement. Je ne veux pas dire, comme ne le dit pas M. Coulomb, que la résistance du frottement soit la même, et dans le repos et dans le mouvement; mais je veux dire que dans l'un et dans l'autre état, les quantités m et n sont constantes ou proportionnelles aux pressions. Le même frottement des axes, dans des boîtes de cuivre, est beaucoup moins adouci par le vieux-oing que par le suif. Le frottement des même axes, enduits de suif, a été trouvé égal à $\frac{1}{7\frac{1}{2}}$ de la pression, à-peu-près. Lorsqu'un axe de chêne, et une poulie de gaïac ont été enduits de suif, et qu'après on a essuyé cet enduit, on a eu le rapport du frottement à la pression, comme 1 à 26. Dans un axe de chêne vert, et une boîte d'orme, enduits de suif, le frottement est à la pression comme 1 à 33. Dans une poulie de bois de gaïac, tournant sur un

axe de buis, enduit de suif, le frottement est à la pression comme 1 à 23. Dans un axe de buis, enduit de suif, et tournant dans une boîte d'orme, ledit rapport est de 1 à 29; en essuyant l'axe, on l'a trouvé de 1 à 20. On voit que ces expériences, et beaucoup d'autres que l'on trouve dans le susdit Mémoire, peuvent bien nous être utiles, pour appliquer notre théorie à la pratique.

38. Soit Z le centre de gravité du poids de la voiture, et ZX sa distance à la direction CB des brancards. Soit ZO la direction de la gravité lorsque la voiture est sur le plan incliné UN; et que l'on veuille déterminer la distance OC de cette direction du point C, comme nous avons fait pour une voiture placée sur un plan horizontal (21). Je suppose que ZO coupe en E la droite CB, et je mène CM parallèle à NU: l'angle OCE sera égal à l'angle OCM ou à l'angle U, plus l'angle MCB que la direction des brancards fait avec le plan sur lequel est la voiture. Appelant donc I et d ces angles, l'angle OCE ou l'angle Z sera égal à $I+d$; laissant donc les mêmes dénominations que dans l'article 21e, et prenant ZX pour rayon, on aura $1 : \text{tang}(I+d) = D : XE$, et partant $XE = D\,\text{tang}(I+d)$, et $CE = A - D\,\text{tang}(I+d)$;

or les triangles semblables XZE, EOC donnent $ZE : ZX = EC : OC$, ou $\sec(I+d) : 1 = A - D \tang(I+d) : OC$, d'où l'on tire

$$OC = \frac{A - D\tang(I+d)}{\sec(I+d)} = A\cos(I+d) - D\sin(I+d):$$

si CB était au-dessous de CM, on aurait $OC = A\cos(I-d) - D\sin(I-d)$, comme il est manifeste.

39. On pourrait faire plusieurs applications de ces dernières formules aux cas particuliers; mais nous n'en ferons que les plus intéressantes. *Primo*, si dans la formule $A\cos(I+d) - D\sin(I+d)$ qui a lieu lorsque l'angle BCM est au-dessous de la ligne CM, on suppose l'angle d égal à l'angle I d'inclinaison, et parconséquent $I-d=0$, nous aurons $OC = A\cos 0 - D\sin 0$, ou $OC = A$.

40. *Secundo*, si la direction des brancards coïncide sur la ligne CM, ou si $d=0$, les formules qui représentent la valeur de OC deviennent $A\cos I - D\sin I$.

41. *Tertio*, étant donné l'angle I de la plus forte montée qui puisse se présenter dans un voyage, et l'angle d étant connu, on peut trouver quelle doit être la distance CX, pour

que la direction ZO ne passe pas au-delà du point C dans la plus forte montée même, pour éviter l'inconvénient de l'article 8°; car dans ce cas on supposera égale à zéro la valeur de OC, c'est-à-dire on fera $A\cos(I\pm d)-D\sin(I\pm d)=0$; d'où l'on déduira

$$A=\frac{D\sin(I\pm d)}{\cos(\pm d)}=D\,\mathrm{tang}(I\pm d);$$

desorte qu'en donnant à CX cette dernière valeur, nous serons sûrs que dans la plus forte montée la direction de la gravité ne passera que par le point C et jamais au-delà.

42. *Quarto*, l'angle d étant connu, et les distances ZX, CX étant données, que l'on veuille déterminer l'angle I du plan incliné sur lequel la voiture peut monter sans avoir l'inconvénient de l'article 6°, ou sans que la direction ZO passe au-delà du point C: il est clair que dans ce cas aussi on doit faire

$$A\cos(I+d)-D\sin(I+d)=0,$$

laquelle équation, en mettant les valeurs de $\cos(I+d)$ et $\sin(I+d)$, devient

$$A(\cos I.\cos d-\sin I.\sin d)-D(\sin I.\cos d+\cos I.\sin d)=0,$$

et divisant par $\cos I$, on aura

$$A\left(\cos d-\frac{\sin I}{\cos I}\sin d\right)-D\left(\frac{\sin I}{\cos I}\cos d+\sin d\right)=0,$$

ou en substituant tang I à

$$\frac{\sin I}{\cos I}, A(\cos d - \text{tang } I . \sin d) - D(\text{tang } I . \cos d + \sin d) = 0,$$

ou

$$A\cos d - A\,\text{tang } I . \sin d - D\,\text{tang } I . \cos d - D \sin d = 0,$$

d'où l'on déduit

$$\text{tang } I = \frac{D\sin d - A\cos d}{D\cos d - A\sin d}.$$

43. Tout ce que nous avons démontré dans les articles 17 et 19 par rapport à la direction des traits sur un plan horizontal, on peut l'appliquer ici mot à mot pour le plan UN, et partant on pourra dire avec vérité que la direction des traits la plus avantageuse sur un plan incliné, est celle qui est parallèle au même plan, et qui l'est aussi à la direction de la marche du cheval, et comme il est manifeste que la direction des traits se maintient par rapport au plan incliné exactement la même qu'elle était par rapport au plan horizontal, une fois qu'on aura rendu la direction des traits la plus avantageuse possible sur le plan horizontal, nous serons sûrs qu'elle le sera aussi sur un plan incliné.

Des Voitures à deux roues sur un plan incliné par lequel elles descendent.

44. Dans la voiture prête à descendre, ou qui a les brancards *Ce* tournés du côté opposé à la direction *CE*, on peut démontrer, comme dans l'article 25, que la pression se fait toujours dans les mêmes points *O* et *H*, et enconséquence que c'est dans ces points aussi que l'on doit calculer les résistances des frottemens. Soit pourtant *e* l'endroit correspondant à la dossière, et que l'on abaisse sur *US* la perpendiculaire *ef*. Pour les trois cas des directions *CL*, *ZG* et *KM* du centre de la gravité, nous trouverons précisément comme dans les articles 26, 27, 28, les trois formules Fig. VII.

$$\left[\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)P+\frac{1}{n}R\right]\cos I,$$

$$\left[\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)P.\frac{Gf}{Lf}+\frac{1}{n}R\right]\cos I,$$

$$\left[\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)P.\frac{Mf}{Lf}+\frac{1}{n}R\right]\cos I,$$

qui représentent la somme des frottemens qui ont lieu pour chacune desdites directions, et les trois autres formules

$$(P+R)\sin I,$$

$$\left(P.\frac{Gf}{Lf}+R\right)\sin I,$$

$$\left(P.\frac{Mf}{Lf}+R\right)\sin I,$$

qui expriment la gravité relative du poids de la voiture correspondante aux mêmes directions. Puisque donc la gravité relative tend dans les descentes à surmonter la résistance des frottemens, nous aurons pour une voiture prête à descendre les équations suivantes:

$$\left[\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)P+\frac{1}{n}R\right]\cos I-(P+R)\sin I=F,$$

$$\left[\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)P.\frac{Gf}{Lf}+\frac{1}{n}R\right]\cos I-\left(P.\frac{Gf}{Lf}+R\right)\sin I=F,$$

$$\left[\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)P.\frac{Mf}{Lf}+\frac{1}{n}R\right]\cos I-\left(P.\frac{Mf}{Lf}+R\right)\sin I=F.$$

Or le second terme du premier membre de ces équations peut être égal au premier ou en être plus grand ou plus petit: dans le premier cas, on aura $F=0$; dans le second, la quantité F sera positive, et négative dans le troisième; d'où il s'ensuit, *primo*, que lorsque la gravité relative est égale à la somme des résistances

des frottemens, la voiture est en équilibre par elle-même, desorte qu'une puissance quelconque la fera descendre, et avec plus ou moins de vitesse que la puissance même en sera plus ou moins douée; *secundo*, que lorsque la gravité relative est moindre que ladite somme, il faut au cheval, pour se mettre en équilibre avec la voiture, une force égale à la différence desdites quantités, et le surplus de force qu'il déploiera dans ce cas servira pour faire marcher la voiture avec d'autant plus ou moins de vitesse que ce surplus même sera plus ou moins considérable; *tertio*, que dans le cas contraire le cheval, pour maintenir la voiture en équilibre, ou pour empêcher qu'elle ne descende, doit agir par le moyen du reculoir suivant une direction opposée à sa marche, et avec une force égale à la même différence de la gravité relative et de la somme des résistances des frottemens.

45. Dans ce dernier cas, pour faire marcher la voiture avec une vitesse donnée, il faut faire marcher le cheval jusqu'à ce que la vitesse de la voiture même soit réduite par l'accélération à celle qu'on souhaite; après quoi il faut faire réagir le cheval contre le reculoir, en même temps qu'il marche.

46. Si dans ce même dernier cas la gravité

relative surpasse de beaucoup la somme des frottemens, et qu'ainsi l'on pût craindre que la voiture n'entraînât le cheval ou qu'elle ne le fît tomber sous son poids, on fixera, comme il est de coutume, une roue ou les deux roues, car on change ainsi le frottement de la seconde espèce en frottement de la première, qui est bien plus fort, et parconséquent la gravité relative aura dans ce cas moins d'action sur le cheval. On a encore la coutume dans les grandes descentes de faire soutenir la voiture par un ou par plusieurs chevaux attachés par derrière, que l'on contraint de marcher très-lentement, et dans ce cas il est toujours bon d'observer le parallélisme au plan de la descente dans les cordes qui réunissent le cheval ou les chevaux à la voiture. Il est inutile d'avertir que pour que le cheval avec ses fesses exerce le plus de force possible contre la voiture qui tend à l'entraîner, il faut aussi que les cuirs qui réunissent le reculoir à la voiture soient le plus que l'on peut dans une direction parallèle au plan du chemin, et je dirai en passant que cette même direction parallèle au plan sur lequel est la voiture, est la plus avantageuse aussi pour faire reculer le cheval avec la moindre force possible.

47. Pour ce qui regarde l'action de la dossière et de la souventrière sur le cheval, tout

se

se passe ici comme dans les articles 5 et 5: de plus si on répète la construction de l'article 21, on trouvera aussi une formule qui représentera la distance de la direction du centre de gravité du centre des roues, et on pourra faire différentes applications de la même formule comme nous avons fait dans les articles 22, 23, 24.

48. Avant de quitter cette théorie sur les voitures à deux roues, il me paraît à propos d'examiner ici la question s'il vaut mieux de faire traîner par plusieurs chevaux une voiture chargée d'un grand fardeau, ou s'il est préférable de le distribuer sur autant de voitures différentes, dont chacune ne soit traînée que par un cheval. Faute d'assez d'expériences sur les voitures, il n'est pas possible de résoudre cette question mathématiquement, c'est pourquoi je me contenterai d'exposer des raisons économico-vétérinaires pour la résolution de la même question. Soit une voiture chargée d'un grand fardeau et traînée, par exemple, par trois chevaux (je l'appellerai la voiture principale), et que l'on conçoive partagé également le fardeau sur trois voitures, dont chacune ne soit traînée que par un cheval. Je suppose d'abord que le centre de gravité se trouve à la même hauteur du plan supérieur de la voiture, et dans la prin-

cipale, et dans chacune des trois autres; puisque donc la direction de ce centre doit passer en avant de l'essieu pendant que la voiture est sur le plan horizontal et à telle distance du même essieu, que dans la plus grande montée elle n'en passe jamais au-delà (35), nous pourrons supposer que cette même direction passe à la même distance en avant de l'essieu, et dans chacune des trois voitures et dans la principale, et partant ayant supposé que le fardeau de cette dernière est le triple du fardeau de chacune des autres, le cheval qui est attelé aux brancards de la voiture principale, supportera un triple poids sur son dos, et enconséquence dans sa marche il sera fatigué triplement que chaque cheval des autres voitures ne le serait: voilà donc un premier inconvénient; c'est-à-dire, la prompte ruine d'un des chevaux employés dans la voiture principale. L'inconvénient augmente si l'on suppose que dans cette voiture-ci le centre de gravité soit à une plus grande hauteur que dans les autres, comme il est presque indispensable à cause du plus grand fardeau, et le même inconvénient devient encore plus sensible dans les descentes; mais supposons que l'on ait attelé aux brancards de la voiture principale le plus robuste des trois chevaux, et qu'ainsi, par rapport à ce cheval,

ledit inconvénient ne soit pas très-remarquable : examinons donc ce cheval pendant que la voiture marche. Tout le monde sait qu'on est obligé dans les rues de faire changer souvent de direction à la voiture, et que les chevaux du devant sont les premiers à tourner; or pendant qu'ils tournent, ou ils n'aident nullement le limonier, ou ils ne l'aident qu'en partie, agissant obliquement sur les brancards; ce cheval donc est obligé de traîner de temps en temps tout seul la voiture, ce qui peut le ruiner sans le concours d'autres causes : de plus, lorsque la voiture est prête à monter, il est bien rare de faire agir d'accord dans le même moment tous les chevaux, de manière que le cheval des brancards soit suffisamment aidé, car il faudrait que tous eussent la même force, la même sensibilité, la même volonté, etc., ce qu'il est bien difficile de combiner; et en effet, nous voyons que malgré les efforts que le cheval des brancards fait dans ce cas pendant qu'on le fouette, il est souvent entraîné en arrière par le poids de la voiture, et de là naissent les distensions des ligamens, des muscles et des nerfs, l'effort de l'épaule, les maux du boulet, du genou, du jarret, etc., en un mot la ruine plus ou moins prompte de ces pauvres animaux. Dans les descentes, au contraire, quoiqu'on ait la précau-

tion d'atteler par derrière les chevaux du devant, néanmoins nous voyons que le cheval des brancards fait des efforts incroyables pour soutenir la voiture, et de là les efforts des reins et plusieurs maladies des extrémités. Si nous ajoutons à tout cela la facilité avec laquelle le cheval des brancards, si énormément chargé dans ces voitures, glisse et tombe, la perte du temps qui est la suite de cette chute, car on ne le peut faire relever qu'en déchargeant la partie du devant de la voiture; la difficulté presque insurmontable de retirer la voiture de la boue dans laquelle elle peut s'être enfoncée, de la retirer de quelque fossé dans lequel elle peut être tombée, ce qui occasionne, et la ruine des chevaux, et une perte de temps très-considérable; le dégât des grandes routes et des rues mêmes des villes; l'ébranlement que les maisons souffrent par les continuelles et très-fortes secousses produites par ces voitures sur le pavé, particulièrement s'il est inégal, etc.; nous serons forcés de conclure que c'est une mauvaise pratique que celle de charger excessivement les voitures, et qu'il vaut mieux faire traîner un grand fardeau séparément par autant de voitures à chacune desquelles est attelé un seul cheval, que de le faire traîner par une seule voiture à laquelle sont attelés plusieurs

chevaux; et il ne faut pas dire qu'en attelant plusieurs chevaux à une même voiture on économise les conducteurs, car nous voyons tous les jours que sans nul inconvénient un seul homme peut bien conduire et conduit en effet plusieurs voitures, dont chacune n'a qu'un cheval, et d'ailleurs la dépense majeure des conducteurs serait bien dédommagée, à ce que je crois, par la grande économie des chevaux.

Des Voitures à quatre roues, sur un plan horizontal.

49. D'après tout ce que nous avons dit sur les voitures à deux roues, celles à quatre ne présentent pas de difficultés.

D'abord dans les voitures à quatre roues les chevaux ne sont pourvus ni de dossière ni de souventrière, parcequ'ils sont destinés seulement à tirer : c'est pour cela que l'on ne peut jamais charger ces voitures de manière que la direction du centre de gravité passe ou en arrière de l'essieu des grandes roues, ou en avant de celui des petites; car dans le premier cas, le timon serait élevé avec une certaine force; dans le second, il serait déprimé; mais on ne peut non plus les charger, desorte que ladite direction passe par l'un des essieux; par-

ceque à chaque inégalité du terrein, à chaque dérangement du fardeau, à chaque montée ou descente, il est clair que l'un ou l'autre des inconvéniens indiqués aurait lieu immédiatement. Dans la pratique donc, il ne faut examiner que le cas dans lequel la direction de la gravité passe entre les essieux. J'observe que dans la suite je considérerai, soit les roues du devant, soit celles du derrière, réunies en une seule dans le centre de l'essieu, de même que nous avons fait pour les voitures à deux roues.

5o. Or, quelle que soit cette distance de la direction du centre de gravité de l'un des essieux, la somme des pressions produites et dans la partie inférieure des moyeux des roues, et sur le terrein horizontal par les mêmes roues, est toujours constante, tout égal d'ailleurs; car on sait par la mécanique, que la somme des pressions faites sur deux supports est toujours égale au poids qu'ils soutiennent, et partant, si les résistances des frottemens de la première et de la seconde espèce sont dans un certain rapport des simples pressions, ou si elles sont égales à une partie de la pression, comme les expériences de M. Coulombs semblent le prouver presque dans tous les cas, on peut dire que la somme des résistances des

frottemens sur un plan horizontal d'une voiture à quatre roues est toujours la même, quelle que soit la distance de la direction du centre de gravité de l'un des essieux : et en effet, appelant P et p les pressions faites par le poids constant de la voiture sur le centre de l'essieu du derrière et du devant, ou dans l'intérieur des moyeux des roues du derrière et du devant, R et r le poids des roues du derrière et du devant, il est manifeste que les pressions des roues sur le terrein, seront $P+R$ et $p+r$; et partant, si nous supposons que la résistance du frottement de la première espèce soit $\frac{1}{m}$ de la pression, et celle de la seconde en soit $\frac{1}{n}$, la somme des résistances des frottemens dans toutes les roues sera

$$\frac{1}{m}P+\frac{1}{n}(P+R)+\frac{1}{m}p+\frac{1}{n}(p+r),$$

ou

$$\frac{1}{m}(P+p)+\frac{1}{n}(P+p+R+r);$$

puisque donc $P+p$ est une quantité constante, quelle que soit la distance de la direction du centre de gravité de l'un des essieux, et $R+r$ est aussi une quantité constante, la somme des résistances des frottemens sera toujours la même dans cette hypothèse. De là

il suit qu'il serait indifférent dans ce cas de charger ces espèces de voitures plus du côté antérieur que du postérieur, car les chevaux, toutes choses égales, devraient toujours surmonter la même résistance des frottemens: néanmoins je dis qu'il vaudra mieux dans la pratique charger la voiture de manière que ladite ligne divise également la distance horizontale des essieux, et que, en conséquence, le terrein ou le pavé soit également pressé par les roues du derrière et du devant (en comptant pour nul le surplus de pression des roues du derrière sur celles du devant); car nous voyons par l'expérience qu'en général plus une voiture est chargée, plus facilement aussi et plus souvent les roues glissent et tombent dans les enfoncemens formés par l'inégalité du pavé ou du terrein. Si donc on charge une voiture à quatre roues ensorte que la pression soit plus forte, par exemple, dans les roues du devant que dans celles du derrière, les premières glisseront plus facilement et plus souvent dans lesdits enfoncemens, qu'elles ne le feraient si la voiture était également chargée; or, pour retirer les roues de ces enfoncemens, il est clair qu'il faut faire une force capable de les faire monter par des plans plus ou moins inclinés, ce qui est un obstacle au mouvement

de la voiture, lequel obstacle se répétera plus souvent dans les voitures inégalement chargées.

51. Dans les voitures à quatre roues, comme dans celles à deux, le timon fait partie de la voiture même; pour calculer donc la force que les chevaux communiquent à ces espèces de voitures, il ne faut pas non plus faire attention à la direction du timon, mais simplement à la direction des traits (2); or dans la manière ordinaire d'atteler les chevaux aux voitures qui nous occupent, on sait que les traits forment un angle bien sensible au-dessus de la ligne horizontale; comme donc dans ce cas la force que le cheval déploie est à celle qui se transmet à la voiture, comme le carré du sinus total au carré du cosinus de l'inclinaison des traits avec l'horizontale (14), les chevaux dans ces voitures perdent beaucoup de leur force. Supposons, par exemple, que l'angle des traits avec l'horizontale soit de 25 degrés, ce qui n'est pas extraordinaire de voir en pratique, le carré du cosinus dudit angle sera 0,8204736400, et partant, le rapport de ce carré au carré du sinus total sera 1,0000000000 : 0,8204736400, ou à peu près $1 : \frac{82}{100}$. Le cheval donc, dans ce cas, ne communique à la voiture que $\frac{82}{100}$ de sa force, et $\frac{18}{100}$ sont en pure perte, et il faut observer comme dans l'article 15 que cette perte se répète à chaque moment.

52. On voit donc que la manière adoptée d'atteler les chevaux aux voitures à quatre roues, est très-désavantageuse pour les chevaux mêmes, et parconséquent très-imparfaite. Il serait donc indispensable, comme nous avons dit pour les voitures à deux roues, de les atteler de manière que les traits eussent une direction parallèle au plan horizontal; on pourrait obtenir cela en rendant le diamètre des roues du devant égal, ou presque égal, à celui des roues du derrière, ou si les artisans ne trouvaient pas cela exécutable dans la pratique, à cause du libre mouvement de rotation qu'il faut laisser au train du devant de la voiture, en construisant de manière les pièces du même train, qu'en attachant les traits à quelqu'une de ces pièces, les traits mêmes fussent dans une direction horizontale; et de plus, on pourrait établir sur le train antérieur différentes attaches des traits plus ou moins élevés du plan horizontal pour les différentes tailles des chevaux.

53. On doit faire précisément la même observation par rapport aux cuirs par le moyen desquels le cheval agit sur le timon pour faire reculer la voiture, c'est-à-dire, leur direction doit être la plus horizontale possible pour que le cheval puisse pousser en arrière la voiture avec le moindre épuisement de sa force.

54. Dans la formule

$$\frac{1}{m}(P+p)+\frac{1}{n}(P+p+R+r)$$

de l'article 50 qui exprime la somme des frottemens dans une voiture à quatre roues, la quantité $P+p$ est égale au poids de la voiture même; en appelant donc P ce poids, et F la force du cheval qui fait équilibre avec la voiture, on aura l'équation

$$\frac{1}{m}P+\frac{1}{n}(P+R+r)=F,$$

de laquelle on peut faire usage en pratique.

55. Lorsqu'on connaît la distance de la direction du centre de gravité de l'un des essieux, on sait le rapport des pressions faites par le poids de la voiture dans l'intérieur des moyeux des roues du derrière et du devant, et sur le terrein par les mêmes roues, lequel rapport est, comme on le sait, en raison réciproque de la distance de ladite ligne de direction aux centre des essieux.

Des voitures à quatre roues sur un plan incliné par lequel elles montent ou descendent.

56. Soit SU le plan horizontal, UN l'incliné suivant lequel la voiture monte, et H et F les points de contact des roues avec le même plan.

D'abord la direction rB des traits est la même qu'elle était sur le plan horizontal ; puisque donc on a prouvé généralement que la direction des traits, qui est parallèle au plan sur lequel la voiture est placée, est toujours la plus avantageuse pour traîner (17), dès qu'on aura rendu cette direction parallèle à l'horizon sur un plan horizontal, on séra sûr qu'elle séra la plus avantageuse aussi pour faire monter la voiture sur un plan incliné.

57. Que l'on abaisse maintenant des centres C et O des roues les normales CG, OQ sur l'horizontale US, et que l'on tire les rayons CH, OF aux points de contact H et F, on prouvera, comme dans l'article 25 que ces rayons passent par les points h et f, où se fait la pression des essieux sur le moyeu : cela posé, si la direction RK du centre de gravité de la voiture divise également en K la distance QG, il est clair que les points C et O des essieux souffriront une pression égale (3), et comme chacune de ces pressions est à la pression en H ou en h, en F ou en f dans le rapport constant du rayon au cosinus de l'angle d'inclinaison U, les points H, F, h et f, seront également comprimés par le poids de la voiture ; appelant donc P ce poids, R et r le poids des roues du derrière et du devant, on aura la

pression en H, en h, en F et en f produite par le poids de la voiture $= \frac{1}{2} P \cos I$, et parconséquent la pression entière en H

$$= \frac{1}{2} P \cos I + R \cos I = \left(\frac{1}{2} P + R\right) \cos I,$$

et l'entière pression en F

$$= \left(\frac{1}{2} P + r\right) \cos I.$$

Appelant donc à l'ordinaire $\frac{1}{m}$ le rapport du frottement de la première espèce à la pression, et $\frac{1}{n}$ celui de la seconde, on aura la somme des résistances de tous les frottemens

$$= \frac{1}{m} P . \frac{1}{2} \cos I + \frac{1}{n} \left(\frac{1}{2} P + R\right) \cos I + \frac{1}{m} P .$$

$$\frac{1}{2} \cos I + \frac{1}{n} \left(\frac{1}{2} P + r\right) \cos I = \frac{1}{m} P \cos I$$

$$+ \frac{1}{n} (P + R + r) \cos I$$

$$= \left[\frac{1}{m} P + \frac{1}{n} (P + R + r)\right] \cos I.$$

58. Mais si ladite ligne de direction ZA divise inégalement en A la distance QG, on trouvera les pressions en C et en O, exprimée par

$$P . \frac{AQ}{QG}, \text{ et } P . \frac{AG}{QG}$$

et parconséquent celles en h ou en H, en f ou en F, par

$$P \cdot \frac{AQ}{QG} \cos I, \text{ et } P \cdot \frac{AG}{QG} \cos I,$$

d'où l'on aura les pressions totales en H et en F, représentés par

$$\left(P \cdot \frac{AQ}{QG} + R\right) \cos I;$$

et

$$\left(P \cdot \frac{AG}{QG} + r\right) \cos I;$$

d'où l'on déduit la somme des résistances des frottemens, dans ce cas égale à

$$\frac{1}{m}\left(P \cdot \frac{AQ}{QG} + P \cdot \frac{AG}{QG}\right) \cos I$$

$$+\frac{1}{n}\left(P \cdot \frac{AQ}{QG} + R + P \cdot \frac{AG}{QG} + r\right) \cos I$$

$$= \frac{1}{m} P\left(\frac{AQ + AG}{QG}\right) \cos I + \frac{1}{n} P\left(\frac{AQ + AG}{QG}\right) \cos I$$

$$+\frac{1}{n}(R + r) \cos I = \frac{1}{m} P \cos I + \frac{1}{n} P \cdot \cos I$$

$$+\frac{1}{n}(R + r) \cos I,$$

à cause de $AQ + AG = QG$, ou enfin égal à

$$\left(\frac{1}{m} P + \frac{1}{n}(P + R + r)\right) \cos I,$$

expression qui ne diffère pas de celle de l'article précédent, d'où l'on déduit que la somme

des résistances des frottemens est toujours la même, quelle que soit la distance de la direction du centre de gravité de l'un des essieux, pourvu que la même direction passe entre ceux-ci, ce qui a été prouvé encore dans l'article 50 pour une voiture à quatre roues, placée sur un plan horizontal.

59. Quelle que soit la place du centre Z de gravité du poids de la voiture, il est clair que sa gravité relative sera exprimée par $P \sin I$, et la gravité relative des roues, par $(R+r) \sin I$, et en conséquence par $(P+R+r) \sin I$, la gravité relative du poids total de la voiture. Si donc à la formule qui désigne la somme des résistances des frottemens, dans la voiture dont il s'agit, on ajoute l'expression de la gravité relative que nous venons de trouver; et si l'on appelle F la force du cheval pour l'équilibre, nous pouvons établir l'équation générale

$$\left(\frac{1}{m}P+\frac{1}{n}(P+R+r)\right)\cos I$$
$$+(P+R+r)\sin = F,$$

qui a lieu dans tous le cas de la direction du centre de gravité, et de laquelle on peut tirer des conséquences utiles en pratique, comme on l'a fait dans l'article 29.

60. Supposons maintenant que le centre de gravité Z de la voiture, soit placé de manière que lorsque la voiture est sur le plan horizontal, la ligne de direction LX divise également la distance HF, ou la droite CM menée du centre C, parallèlement à FH, jusqu'au concours, avec le rayon FO prolongé. Il est évident que dans ce cas, dès que la voiture monte sur un plan incliné UN, la ligne LX, qui auparavant était normale à l'horizon, fait un angle XZA ou XZD, avec la verticale ZA, lequel angle est égal à l'angle U d'inclinaison, et la pression en h ou en H sera comme ci-dessus,

$$P.\frac{AQ}{QG}\cos I, \text{ et } P.\frac{AG}{QG}\cos I,$$

la pression en f ou en F. Mais l'on peut représenter ces pressions mêmes, en faisant entrer dans leur expression la distance XZ, la distance MC ou FH, le sinus de l'angle d'inclinaison, et les rayons des roues, pour en déduire quelques conséquences utiles. Que l'on appelle donc D la distance XZ, et A la distance MC. Dans le triangle rectangle ZXD, en prenant XZ pour le rayon, on aura.... $D : XD = 1 : \text{tang } I$, et partant $XD = D \text{ tang } I$; mais en prolongeant les verticales RX, ZD en K en A, elles couperont la droite FH dans

dans les points E et P ; ensorte que $EP = XD$, à cause de FH parallèle à MC ; donc on aura aussi $EP = D$ tang I ; mais à cause de PA parallèle à EK, on a

$$PU : AU = EP : KA$$

ou à cause des triangles semblables

$$PAU,\ XZD ;\ ZD : XZ = EP : KA,$$

ou

$$\sec I : 1 = D \text{ tang } I : KA ;$$

donc

$$KA = \frac{D \text{ tang } I}{\sec I} = D \sin I,$$

ayant substitué

$$\frac{\sin I}{\cos I} \text{ à tang } I, \text{ et } \frac{1}{\cos I} \text{ à sec } I.$$

Ayant abaissé maintenant Cb normale sur RK, nous aurons $XC : Cb$, ou $KG = 1 : \cos I$, ou $\frac{1}{2} A : KG = 1 : \cos I$, et partant $KG = \frac{1}{2} A \cos I$, et et parconséquent

$$AG = KG - KA = \frac{1}{2} A \cos I - D \sin I ;$$

de plus, ayant mené du point M, Mc perpendiculaire sur QT, et Md sur SU, on aura Mc ou $Qd = MO \sin I$, et puisque MO est évidemment la différence des rayons des roues, si l'on appelle Q et q ces rayons, on aura $Qd =$

$(Q-q)\sin I$; on a de plus $dK=KG$ à cause de $MX=XC$; on aura donc

$$QA=Qd+dK+KA=(Q-q)\sin I + \tfrac{1}{2}A\cos I + D\sin I,$$

et enfin on aura

$$QG=A\cos I+(Q-q)\sin I.$$

Substituant maintenant les valeurs de AG, de AQ et de QG, que nous venons de trouver, dans les expressions des pressions en h ou en H, en f ou en F trouvées ci-dessus, la pression en h ou en H s'exprimera par

$$P\frac{\left(\frac{1}{2}A\cos I+D\sin I+(Q-q)\sin I\right)}{A\cos I+(Q-q)\sin I}\times\cos I$$

$$=P\frac{\left(\frac{1}{2}A\cos^2 I+(D+Q-q)\sin I.\cos I\right)}{A\cos I+(Q-q)\sin I}$$

et celle en f ou en F par

$$P\frac{\left(\frac{1}{2}A\cos I-D\sin I\right)}{A\cos I+(Q-q)\sin I}\times\cos I$$

$$=P\frac{\left(\frac{1}{2}A\cos^2 I-D\sin I.\cos I\right)}{A\cos I+(Q-q)\sin I}.$$

61. L'inspection même de ces dernières fractions, qui ont un dénominateur commun, suffit pour comprendre que la pression en h

ou en H augmente, et celle en f ou en F, diminue à mesure que la quantité D ou la distance ZX est plus grande, l'angle U étant constant.

62. De là il suit qu'en chargeant ces espèces de voitures, il faut tâcher que le centre de gravité du fardeau soit placé le plus près possible de la droite MC, pour que la différence des pressions en H et en F soit la moindre possible; car nous avons prouvé que plus cette différence est grande, plus il y a du désavantage pour traîner la voiture (50), et d'ailleurs plus le centre de gravité est placé près de la droite MC, moins la voiture est exposée à verser, ce qui est un autre avantage.

63. En supposant que le centre de gravité Z tombe en X, ou en faisant $D=0$ dans les formules de l'article 60, nous aurons les pressions en H et en F produites par le poids de la voiture, représentées par

$$P\frac{\left(\frac{1}{2}A\cos^2 I+(Q-q)\sin I.\cos I\right)}{A\cos I+(Q-q)\sin I},$$

et

$$\frac{\frac{1}{n}PA\cos^2 I}{A\cos I+(Q-q)\sin I};$$

d'où l'on voit que la pression en H dans ce cas est diminuée, et celle en F au contraire aug-

mentée; mais que la première se maintient toujours plus grande que la seconde. On peut cependant trouver le point où le centre de gravité Z doit tomber pour que les pressions en H et en F soient égales. A cet effet il est clair qu'il faut écrire l'équation

$$P\left(\tfrac{1}{2}A\cos^2 I+(D+Q-q)\sin I.\cos I\right)$$

$$=P\left(\tfrac{1}{2}A\cos^2 I-D\sin I.\cos I\right),$$

de laquelle on déduit

$$2D\sin I.\cos I=-(Q-q)\sin I.\cos I,$$

qui donne

$$D=-\tfrac{1}{2}(Q-q):$$

c'est-à-dire, que, quel que soit l'angle U, pour avoir le point desiré, il faut prolonger ZX au-dessous de MC jusqu'à ce que Xu soit égale à la moitié de la différence des rayons des roues; de là il suit que si le centre de gravité se trouve plus près que le point u de la ligne FH, la pression en H devient moindre de celle en F, et d'autant moindre que ledit point s'approche de plus en plus à FH.

64. En supposant égales les roues du devant et du derrière, ou en faisant $Q-q=0$, les formules de l'article 60 deviennent

$$P\frac{\left(\frac{1}{2}A\cos^2 I + D\sin I.\cos I\right)}{A\cos I}$$

et

$$P\frac{\left(\frac{1}{2}A\cos^2 I - D\sin I.\cos I\right)}{A\cos I},$$

ou

$$P\left(\frac{1}{2}\cos I + \frac{D}{A}\sin I\right),$$

et

$$P\left(\frac{1}{2}\cos I - \frac{D}{A}\sin I\right),$$

qui sont bien plus simples, et donnent plus facilement le rapport des pressions en H et en F.

65. Chacune de ces dernières formules devient $\frac{1}{2}P\cos I$ en faisant $D = 0$; d'ou l'on voit que les diamètres des roues du derrière et du devant étant égaux, les pressions en H et en F sont égales lorsque le centre Z tombe en X; que si dans les mêmes dernières formules l'on suppose la quantité D négative, les pressions en H et en F se transformeront en celles-ci :

$$P\left(\frac{1}{2}\cos I - \frac{D}{A}\sin I\right)$$

et

$$P\left(\frac{1}{2}\cos I + \frac{D}{A}\sin I\right),$$

qui font voir que dès que le centre Z tombe au-dessous de la droite MC, la pression en H devient, dans le cas des roues égales, moindre de celle en F, et d'autant moindre que la quantité $-D$ est plus grande.

66. Pour trouver l'angle d'inclinaison sous lequel, toutes choses égales, la pression en F est nulle, ou sous lequel la direction de la gravité passe par C, on fera l'équation

$$P\frac{\left(\frac{1}{2}A\cos^2 I - D\sin I.\cos I\right)}{A\cos I+(Q-q)\sin I}=0,$$

de laquelle on tire

$$\frac{1}{2}A\cos I = D\sin I, \text{ ou } \frac{\sin I}{\cos I}=\frac{A}{2D},$$

ou enfin

$$\text{tang } I=\frac{A}{2D}.$$

Ce même résultat s'obtiendra en faisant égale à zéro la formule de l'article 60, qui représente la pression en H, et en faisant aussi égale à zéro l'une ou l'autre des dernières formules de l'article 64. Si l'on prevoit donc des chemins à monter dont l'angle d'inclinaison avec l'horizon soit égal à l'angle trouvé I, ou plus grand que le même angle, ou il faut charger la voiture plus en avant qu'on ne l'avait supposé dans le calcul, ou ensorte que le centre Z soit plus près

Digitized by Google

de la ligne MC pour empêcher le renversement de la voiture en arrière.

67. En supposant que le centre de gravité Z soit placé de manière que la ligne ZX divise inégalement la droite MC, on pourrait trouver aussi des formules plus compliquées à la vérité que celles de l'article 60, mais qui représenteront toujours les pressions en H et en F, et les formules mêmes dudit article ne seraient qu'un cas particulier de ces formules plus générales. Chacun les pourra trouver par lui-même d'après les raisonnemens que nous avons suivis dans l'article 57. Revenons à nos formules qui ont lieu le plus ordinairement en pratique.

68. Si à nos formules qui représentent les pressions en H et en F, occasionnées par le poids de la voiture, on ajoute les pressions produites par le poids des roues R et r, on aura les pressions entières en H et en F exprimées par les formules

$$P\frac{\left(\frac{1}{2}A\cos^2 I+(D+Q-q)\sin I.\cos I\right)}{A\cos I+(Q-q)\sin I}+R\cos I$$

et

$$P\frac{\left(\frac{1}{2}A\cos^2 I-D\sin I.\cos I\right)}{A\cos I+(Q-q)\sin I}+r\cos I.$$

69. Nous avons trouvé dans l'article 60 les formules pour les pressions en h et en f; nous

venons de trouver celles pour les pressions entières en H et en F. Divisant donc à l'ordinaire par m les premières, et par n les secondes, et en les ajoutant, nous aurons la somme de toutes les résistances des frottemens : si à cette somme on ajoute la gravité relative $(P+R+r)\sin I$ du poids total de la voiture, et si l'on appelle F la force du cheval nécessaire à l'équilibre, on aura l'équation

$$\frac{1}{m}P\left(\frac{\frac{1}{2}A\cos^2 I+(D+Q-q)\sin I.\cos I}{A\cos I+(Q-q)\sin I}+\frac{\frac{1}{2}A\cos^2 I-D\sin I.\cos I}{A\cos I+(Q-q)\sin I}\right)$$

$$+\frac{1}{n}P\left(\frac{\frac{1}{2}A\cos^2 I+(D+Q-q)\sin I.\cos I}{A\cos I+(Q-q)\sin I}+\frac{\frac{1}{2}A\cos^2 I-D\sin I.\cos I}{A\cos I+(Q-q)\sin I}\right)$$

$$+\frac{1}{n}(R+r)\cos I+(P+R+r)\sin I=F,$$

ou en réduisant

$$\frac{1}{m}P\left(\frac{A\cos^2 I+(Q-q)\sin I.\cos I}{A\cos I+(Q-q)\sin I}\right)$$

$$+\frac{1}{n}P\left(\frac{A\cos^2 I+(Q-q)\sin I.\cos I}{A\cos I+(Q-q)\sin I}\right)$$

$$+\frac{1}{n}(R+r)\cos I+(P+R+r)\sin I=F,$$

ou en réduisant

$$\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)P\times\frac{A\cos^2 I+(Q-q)\sin I.\cos I}{A\cos I+(Q-q)\sin I}$$

$$+\frac{1}{n}(R+r)\cos I+(P+R+r)\sin I=F,$$

on ayant divisé actuellement le numérateur par le dénominateur de la fraction,

$$\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)P\cos I+\frac{1}{n}(R+r)\cos I+(P+R+r)\sin I=F,$$

ou enfin

$$\left[\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)P+\frac{1}{n}(R+r)\right]\cos I+(P+R+r)\sin I=F,$$

équation qui ne diffère guère de celle de l'article 59. En supposant que la ligne ZX divise inégalement la droite CM, et répétant tout le calcul, on parviendra toujours à l'équation ci-dessus; desorte qu'il n'y a qu'une équation pour l'équilibre des voitures à quatre roues sur un plan incliné, comme on l'a déjà prouvé, d'une manière bien plus simple, à l'article 58, mais j'ai voulu ajouter cette autre démonstration, parcequ'elle nous donne ce théorême général. L'équilibre en question ne dépend ni de la position du centre de gravité de la voiture, ni de la distance de la ligne de direction du centre de gravité à l'un des essieux, ni du diamètre des roues; car les

quantités D, A, Q et q disparaissent dans le calcul précédent.

70. Maintenant pour trouver les formules qui représentent les pressions en H ou en h, en F ou en f, lorsque la voiture est placée sur un plan incliné par lequel elle descend, il n'y aurait qu'à se construire une figure dans laquelle les roues du devant fussent tournées du côté de l'extrémité U du plan, et y répéter la même construction et le même raisonnement que dans l'article 57; mais on peut se passer de tout ce travail en supposant négatif le sinus I dans les formules des articles 57 et 58, car alors l'angle SUN devenant SUN', les formules mêmes désigneront les susdites pressions qui auront lieu dans la voiture placée sur le plan UN', et parconséquent prête à descendre; ayant donc actuellement substitué $-\sin I$ à la place de $\sin I$ dans nos formules, les pressions en H on en h, en F ou en f dans les voitures descendantes, seront représentées par les formules

$$\frac{P\left(\frac{1}{1}A\cos^2 I-(D+Q-q)\sin I.\cos I\right)}{A\cos I-(Q-q)\sin I},$$

et

$$\frac{P\left(\frac{1}{2}A\cos^2 I+D\sin I.\cos I\right)}{A\cos I-(Q-q)\sin I}$$

BIBLIOTECA NAZIONALE

71. En faisant différentes suppositions dans ces dernières formules, on en peut tirer des corollaires qui peuvent être utiles en pratique, comme nous avons fait pour les formules de l'article 60 ; on peut pareillement trouver une formule qui désigne la somme des résistances des frottemens produites par les pressions, comme nous avons dit dans l'article 67. En comparant enfin la somme des résistances des frottemens avec la gravité qui, dans le cas qui nous occupe, favorise la marche des chevaux, on aura la seule équation générale pour l'équilibre

$$\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)P\cos I+\frac{1}{n}(R+r)\cos I$$
$$-(P+R+r)\sin I=F,$$

sur laquelle on pourra faire les mêmes remarques que nous avons faites pour les voitures à deux roues dans les articles 45 et 46.

72. Il y a quelques artisans qui ayant construit différens modèles de voitures à quatre roues, ont trouvé par l'expérience, que le modèle dans lequel les roues du devant étaient du même diamètre que celles du derrière, était mis en mouvement avec la moindre force possible. Ils n'ont pas manqué d'attribuer cela à l'égalité des roues du devant et du derrière ;

BIBLIOTECA NAZIONALE NAPOLI

mais il est manifeste, d'après ce que nous avons dit, que cet effet ne dépend que de la direction horizontale, ou presque horizontale, qu'ils ont été obligés de donner aux traits dans le modèle qui avait les roues égales.

73. Si l'on jette les yeux sur la formule de l'article 53, et si on la compare avec la précédente, on se formera cette règle générale, pour trouver la force F dans une voiture à quatre roues, soit qu'elle soit placée sur un plan horizontal ou sur un plan incliné; c'est-à-dire, on considérera la voiture donnée comme une voiture à deux roues, dans laquelle la direction du centre de gravité passe par le centre de l'essieu, et dont le poids total est $P+R+r$ au lieu de $P+R$.

REMARQUES GÉNÉRALES.

74. Dans les équations des articles 12 et 29 nous avons représenté par F la force du cheval qui fait équilibre avec la voiture, et nous avons dit qu'il doit déployer une force égale à $F+f$, pour faire marcher cette même voiture, et que celle-ci aura plus ou moins de vitesse que la quantité f sera plus ou moins grande; mais il faut observer que cette quantité f n'est pas la même sur un plan horizontal et sur un plan incliné, ayant supposé le même le degré

de vitesse de la voiture dans les deux cas ; car sur le plan horizontal, le cheval ne fait que porter sa masse en avant, et la quantité f est entièrement employée à produire le mouvement de la voiture ; mais sur un plan incliné, par lequel le cheval monte, il doit de plus déployer une force f' pour élever sa masse ou pour surmonter, pour ainsi dire, sa gravité relative ; il lui faut donc une force égale à $f+f'$, pour imprimer à la voiture la même vitesse que sur un plan horizontal.

75. De là il suit qu'en supposant F la force qui fait équilibre avec toutes les résistances, sur un plan horizontal, et F' la même force sur un plan incliné par lequel la voiture doit monter, le rapport des forces déployées par le cheval, pour faire marcher dans ces deux cas la voiture avec la même vitesse, s'exprimera par $F+f : F'+f+f'$; mais ce n'est qu'un rapport algébrique et idéal, dont on ne pourra faire usage en pratique, que lorsqu'on aura exprimé par des numéros les quantités $F+f$, et $F+f+f'$. Pour cela, il faudrait entreprendre un nouveau genre d'expériences : ces expériences consisteraient, à ce que je pense, à déterminer un poids P capable de produire dans une voiture une vitesse C donnée ; alors on pourrait dire que le cheval qui com-

muniquerait à la même voiture la vitesse C à une force $= P$, et l'on aurait $P = F + f$, ou $P = F + f + f'$, et les quantités $F + f$, et $F' + f + f'$ seraient exprimées par des poids ou par des numéros. La quantité P varierait suivant les différentes charges de la voiture, et suivant les différens degrés de vîtesse que l'on veut lui communiquer.

76. Mais il faut avouer que ces sortes d'expériences seraient très-difficiles à exécuter; et d'ailleurs, pour la valeur de $F + f$, ou de $F' + f + f'$, elles ne nous donneraient que la force primitive et momentanée que le cheval déploie, et non pas cette force capable de lui faire parcourir un certain nombre de lieues, dans un temps donné, sans que sa santé en soit sensiblement dérangée.

77. La détermination de cette dernière espèce de force serait bien avantageuse pour la théorie du tirage. Pour cela, il faudrait entreprendre, sur les animaux qui tirent, des expériences semblables à celles que M. Coulomb a faites pour mesurer la force des hommes, et qu'il a consignées dans un Mémoire de l'Institut national, pour l'an 7. Dans ce Mémoire, il commence par fixer les idées sur ce que l'on doit entendre par action, par fatigue et par effet. Il appelle action le pro-

duit de la pression que l'homme exerce, multipliée par la vitesse et le temps qu'elle dure. Si l'homme en produisant une certaine quantité d'action, éprouve toute la fatigue qu'il est capable de soutenir chaque jour, sans que son économie animale en soit dérangée, cette quantité d'action sera la mesure de l'effet qu'il peut produire dans un jour. Il distingue cet effet proportionnel à l'action, de l'effet utile qu'un homme produit; car l'effet utile n'est que le fardeau transporté à une certaine distance, dans un temps donné.

77. L'effet utile ne correspond pas toujours à l'action. Un homme qui n'est pas chargé peut bien se transporter à une grande distance dans une journée, et dans ce cas, il produit la plus grande action possible; mais l'effet utile de sa marche est nul. Au contraire, un homme accablé d'un fardeau qui excède ses forces, ne produira pas du tout d'action; mais l'effet utile sera aussi nul. De là, M. Coulomb déduit qu'entre ces deux extrêmes d'action, il y en doit avoir une, dans laquelle l'effet utile soit un *maximum*; ou ce qui revient au même, que l'on peut combiner la vitesse de l'homme, le fardeau qu'il transporte, et le temps que durè son action, que, à fatigue égale, l'effet utile soit

le plus grand possible. De là il déduit, contre l'opinion de M. Bernoulli, que la fatigue n'est pas proportionnelle à la quantité d'action ; mais il dit cependant que la formule qui représente la fatigue, doit être nécessairement une fonction de la pression que l'homme exerce, de la vitesse du point de pression, et du temps du travail. Après avoir exposé différentes expériences, pour s'assurer de la fatigue que les hommes peuvent soutenir pendant plusieurs jours, sans que leur santé en soit altérée, il établit, d'après ces expériences, une formule qui désigne l'effet utile : ayant différentié cette formule dans la supposition de P variable (il appelle P le fardeau), et ayant fait $= o$ son différentiel, il détermine P dans le cas du *maximum* de l'effet utile. Il passe ensuite à d'autres expériences bien intéressantes et très-ingénieuses, desquelles il déduit des vérités utiles en pratique, expériences que nous ne rapporterons pas ici, pour ne pas trop nous éloigner de notre objet. Je dirai seulement qu'on peut bien tirer un très-grand parti du Mémoire cité; et que l'on peut appliquer aux animaux tout ce qui y est exposé pour les hommes. Dans une voiture, par exemple, traînée par nn cheval, l'effet utile est le fardeau transporté à une certaine distance,

distance, dans un temps donné, l'action du cheval est la force qu'il déploie pour surmonter toutes les résistances et pour communiquer à la voiture même une certaine vîtesse, ou pour lui faire parcourir un certain espace, dans un temps donné. On pourrait donc, à l'exemple de M. Coulomb, chercher quelle doit être la vîtesse avec laquelle il faudrait faire marcher un cheval; à combien d'heures du travail on peut le soumettre dans la journée, et de quel fardeau on peut charger la voiture, pour que, avec une fatigue qui ne dérangeât pas sa santé, l'effet utile fût le plus grand possible; et si l'on parvenait à fixer sur tout cela des règles aussi exactes que ce genre de recherches le peut comporter, combien de chevaux ne seraient pas plus la victime d'une pratique aveugle; et à combien de chevaux ne pourrait-on pas faire produire le même effet utile qu'on prétend d'eux, sans leur faire éprouver une fatigue qui surpassât leurs forces?

78. Pour une application exacte du Mémoire de M. Coulomb aux animaux, et particulièrement aux chevaux, il ne manquerait que de faire des expériences sur ceux-ci, pour déterminer l'action qu'ils peuvent fournir dans un jour ou dans plusieurs jours consécutifs, sans que la fatigue qui en est l'effet, troublât

leur santé. Il est vrai qu'on ne peut pas demander aux chevaux, après un certain temps de travail, comment ils se trouvent fatigués, et s'ils seraient encore dans le cas de continuer leur action, sans en éprouver de mal-aise; mais les chevaux mêmes, lorsque la fatigue commence à surpasser leur forces, donnent des signes bien sensibles qui n'échappent pas à un observateur attentif.

79. Dans les équations des articles 12 et 19 nous avons toujours supposé la direction des traits parallèles au plan sur lequel la voiture est placée; mais si cette direction fait un angle quelconque h avec le même plan, on aura $1 : \cos h = F$ à la force transmise à la voiture, qui sera $F \cos^2 h$. Dans le cas donc de la direction oblique des traits, il n'y a qu'à substituer $F \cos^2 h$, à la place de F, dans lesdites équations; et lorsque le cheval est prêt à monter par un plan incliné, il faut substituer $F \cos^2 h + f'$ à F; mais il ne faut pas croire que la quantité f' représente la gravité relative de la masse du cheval; car cela supposerait que le cheval fût un corps mort et sans action. La quantité f' ne peut être déterminée que par l'expérience; et ce n'est aussi que l'expérience qui pourrait nous apprendre quel est l'avantage que la masse du

cheval lui donne pour descendre, lorsqu'il est obligé de tirer, et quel est le désavantage qu'elle lui donne, lorsqu'il est obligé d'agir contre la voiture.

Ce sont les idées que mes connaissances très-bornées des mathématiques et de vétérinaire m'ont fournies sur la théorie du tirage. Je sens que je suis bien loin d'avoir donné à cette théorie le degré de perfection qu'elle mérite, et qu'il s'en faut beaucoup qu'on en puisse faire une heureuse application à la pratique; mais je m'estimerais assez heureux, et je croirais avoir fait beaucoup, si ce petit Essa donnait occasion à quelque homme instruit de s'appliquer à l'étude de la même théorie, pour la perfectionner et la rendre utile en pratique.

FIN.

678888

Fig. 3.

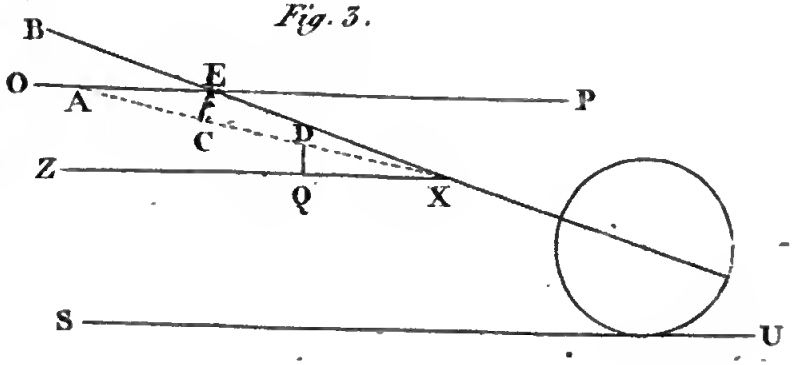


Fig. 6.

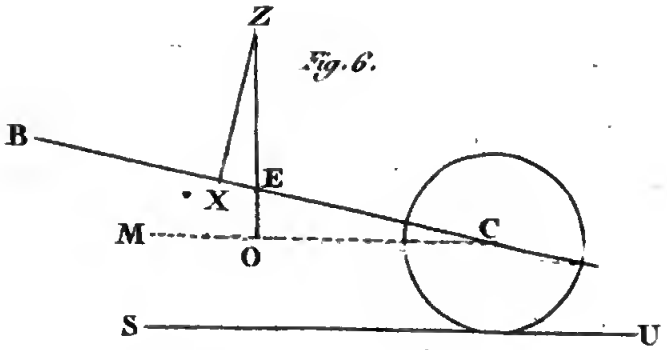
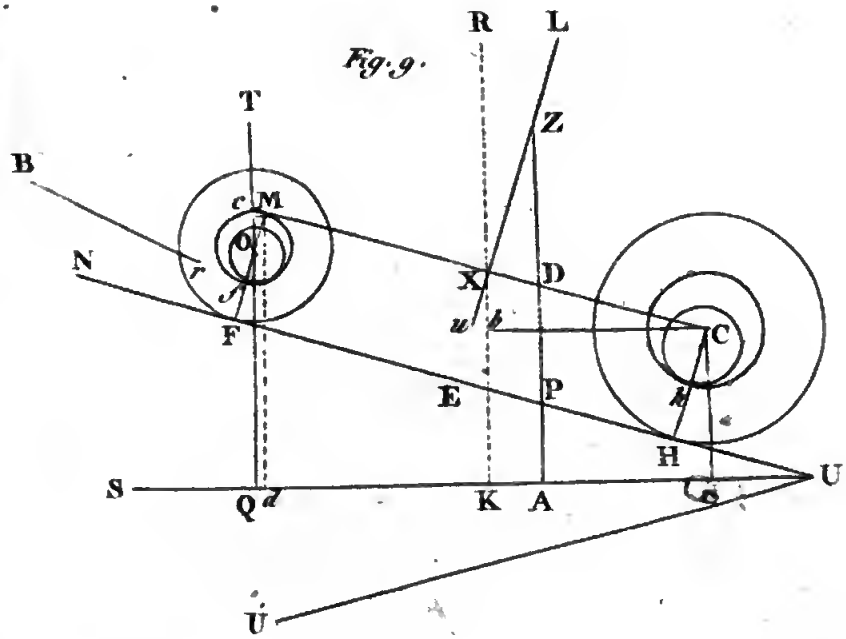
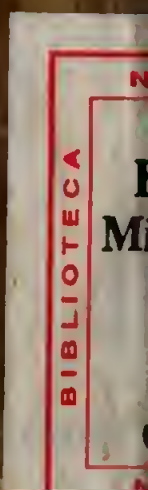


Fig. 9.



Digitized by Google


BIBLIOTECA